PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 7 | 1. April 1933 | Redaktionsschluß für Nr. 9 am 14. April 1933. | 34. Jahrgang

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

E. Wasser, Das Widerstandsgesetz kleiner Kugeln in reibenden Medien. S. 257.

Vorträge von der 15. Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 8. und 9. Januar 1933 zu Breslau:

H. Kohn und H. J. Hübner, Intensitätsmessungen an Hauptseriengliedern von Rubidium und Caesium. S. 278.

J. Jaumann, Eine neue Methode zur Bestimmung der Elektrostriktion von Gasen. S. 282.

K. Scharf und O. Weinbaum, Über das Verhalten von Sperrschicht-Photozellen bei Belichtung mit Röntgenstrahlen. S. 283.

H. Teichmann, Ein Beitrag zur Theorie des Kristallphotoeffektes. S. 283.

G. Barth und H. Dember, Über die Temperaturabhängigkeit des Kristallphotoeffektes. S. 284.

G. Haft, Lichtausbeutemessungen im Natriumspektrum. S 287.

W. Steubing und L. Kaßner, Präzisionsmessungen am Starkeffekt des Wasserstoffs. S. 289.

Originalmitteilungen:

J. R. Partington, Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung von Luft, Argon und Chlorwasserstoff. S. 289.

H. Staub, Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften des Seignettesalzes mittels Röntgenstrahlen. S. 292.

G. Oplatka, Eine neue Methode zur Bestimmung der statischen Dielektrizitätskonstanten von Halbleitern und DK.-Messungen an Seignettesalz. S. 296.

W. Kangro und E. Jeep, Über die Charakteristik des Kohlelichtbogens in Chlorgas. S. 300.

G. Mönch, Zur Demonstration der Pumpwirkung von Wasserstrahl-, Quecksilberdampfstrahl- und Diffusionspumpe. S. 303.

Besprechungen. S. 304.

Personalien. S. 304.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Das Widerstandsgesetz kleiner Kugeln in reibenden Medien.

Von E. Wasser.

Einleitung.

Die Untersuchung einzelner mikroskopischer und submikroskopischer Teilchen in reibenden Medien entwickelte sich mit der Vervollkommnung der experimentellen Hilfsmittel zur Messung kleinster Kräfte bis zur Größenordnung 10^{-10} Dyn. Sie ging ursprünglich von der bekannten Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums aus, hat aber mit der Zeit einen viel breiteren Boden gewonnen. Denn wenn das Gewicht eines solchen kleinen Teilchens bekannt ist, so kann man es mit elektrostatischen Kräften im homogenen oder inhomogenen Felde sowie mit magnetischen Kräften im inhomogenen Felde vergleichen, ferner mit den Kräften, welche das Licht direkt oder indirekt auf das Teilchen überträgt (Lichtdruck und Radiometerkraft) und schließlich mit jenen, erst jüngst entdeckten Kräften, die ein beleuchteter Probekörper im homogenen elektrischen oder homogenen magnetischen Felde erfährt[1]).

1) Siehe diesbezüglich Max Reiss, Physik. Zeitschr. **33**, 185—202, 1932.

Das Problem der genauen Gewichtsbestimmung submikroskopischer Teilchen bildete deshalb in den letzten zwei Dezennien den Gegenstand vielfacher experimenteller und theoretischer Untersuchungen. Wir wollen uns im folgenden wegen der Beschränktheit des Raumes nur mit denjenigen von ihnen befassen, welche dahin gingen, auf rein mechanischem Wege die Größe eines Einzelteilchens aus seiner Fallgeschwindigkeit in reibenden Medien zu bestimmen. Die anderen Methoden der Größenbestimmung sollen nur streifend erwähnt werden.

Da zur Lösung dieses Problems je nach der Art des reibenden Mediums einerseits hydrodynamische, andererseits gaskinetische Überlegungen herangezogen wurden, wollen wir im folgenden diese Zweiteilung des Problems beibehalten und zuerst das Fallgesetz kleiner Kugeln in Flüssigkeiten behandeln und sodann ausführlicher die Bewegungsvorgänge in Gasen schildern.

I. Das Widerstandsgesetz ohne Berücksichtigung der Gleitung.

Die „langsame" stationäre Bewegung einer Kugel in einer unbegrenzten, inkompressiblen, zähen Flüssigkeit wurde bereits im Jahre 1851

von Stokes (1) berechnet. Dieser ersetzte das Problem der Bewegung einer Kugel in einer ruhenden Flüssigkeit durch das äquivalente Problem der Parallelströmung einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit um eine ruhende Kugel und ging von den Navier-Poissonschen Differentialgleichungen für inkompressible, stationäre Strömung aus, in denen er die quadratischen Glieder, die sog. Trägheitsglieder $\left(\text{mit } \varrho u \frac{\partial u}{\partial x}\right)$ vernachlässigte. Dies schränkt die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes auf kleine Kugeln und geringe Geschwindigkeiten ein. Für diesen Fall reduzieren sich die genannten Differentialgleichungen auf die einfache, lineare Form:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \Delta u, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \Delta v, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \Delta w, \qquad (1)$$

worin u, v, w die Strömungsgeschwindigkeiten, p den Druck und μ den Koeffizienten der inneren Reibung der Flüssigkeit bedeuten.

Dazu treten noch die Inkompressibilitätsbedingung:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (2)$$

und die Randbedingungen hinzu. Die letzteren hängen im wesentlichen davon ab, ob man an der Berührungsfläche der Flüssigkeit mit dem festen Körper Gleitung annimmt oder nicht. Im letzteren Falle, der bei den tropfbaren Flüssigkeiten zutrifft, stimmt in jedem Punkte der Berührungsfläche die Geschwindigkeit der Flüssigkeit mit derjenigen des festen Körpers überein. Die Randbedingungen lauten hier: An der Kugeloberfläche soll $u = v = w = 0$ sein, während im Unendlichen in jeder Richtung $u = u_0$, $v = 0$, $w = 0$ ist.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für den Widerstand (reziproke Beweglichkeit), den eine sich in Translation in der Flüssigkeit befindliche Kugel erleidet, der Ausdruck:

$$W = 6\pi\mu a = \frac{1}{B}, \qquad (3)$$

der allgemein unter dem Namen des „Stokesschen Gesetzes" bekannt ist. Bewegt sich die Kugel im besonderen unter dem Einfluß der Schwerkraft, so gilt:

$$mg = \frac{v}{B} = W \cdot v = 6\pi\mu a v, \qquad (4)$$

oder

$$v = \frac{2}{9} a^2 g \cdot \frac{(\sigma - \varrho)}{\mu}, \qquad (5)$$

da

$$mg = \frac{4}{3} \pi a^3 (\sigma - \varrho) \cdot g$$

ist.

In der Folge haben mehrere Autoren, wie Boussinesq (2), Noether (3), Oseen (4) u. a. versucht, das Stokessche Gesetz exakter zu begründen und haben auch teilweise vollständigere Lösungsmethoden der Navier-Poissonschen Differentialgleichungen angegeben. Doch haben diese Versuche bloß theoretisches Interesse. Ihr Ergebnis läßt sich dahin zusammenfassen, daß in nicht allzu großer Entfernung von der Kugel und für genügend kleine Geschwindigkeiten die Stokessche Ableitung den ganzen Strömungsverlauf richtig wiedergibt. Wir begnügen uns deshalb hier mit der Verweisung auf die diesbezügliche Originalliteratur und wollen nur noch die Voraussetzungen (1—5), welche dem Stokesschen Gesetze zugrunde liegen, zusammenfassen und untersuchen, inwieweit dieselben bei dem in der Einleitung gestellten Problem der Kräftemessung an kleinen Teilchen erfüllt sind.

1. Annahme einer inkompressiblen, zähen Flüssigkeit. Die Annahme einer Flüssigkeit im Sinne der Hydrodynamik schränkt zunächst die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes auf die tropfbaren Flüssigkeiten ein, denn nur bei diesen kann man die atomaren Diskontinuitäten vernachlässigen, und setzt gleichzeitig eine untere Grenze für den Radius der Kugel, der groß sein muß im Vergleich mit den atomaren Dimensionen. Doch zeigt eine einfache Überlegung, daß das Gesetz auch für Gase gelten wird, sobald der Radius der Kugel groß sein wird gegen die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle und die Bewegung eine „langsame" sein wird. Denn die Kompressibilität der Gase kann nur dann Anlaß zu Störungen geben, wenn die Geschwindigkeit der Bewegung vergleichbar wird mit der Schallgeschwindigkeit (5). Den Einfluß der Kompressibilität sowie einiger anderer Faktoren, wie Temperaturunterschiede, Wärmetönungen, Wärmeleitung usw. auf die Lösung des Stokesschen Problems berechnete näherungsweise Smoluchowski (6) und zeigte, daß diese bei langsamer Bewegung keine Störungen hervorrufen können.

2. Vernachlässigung der Trägheitsglieder in den hydrodynamischen Grundgleichungen. Diese Vernachlässigung bewirkt eine weitere Einschränkung des Stokesschen Gesetzes. Danach müssen nämlich in der Umgebung der Kugel die Glieder $\varrho u \frac{\partial u}{\partial x}$ gegen die Ausdrücke $\mu \Delta u$ verschwinden. Eine einfache Dimensionsbetrachtung führt zu der folgenden, zuerst von Lord Rayleigh (7) aufgestellten Bedingung für die „Langsamkeit" der Bewegung:

$$R = \frac{a \varrho v}{\mu} \ll 1. \qquad (6)$$

Darin bedeutet a den Radius der Kugel, v deren Geschwindigkeit, ϱ und μ die Dichte bzw. den Reibungskoeffizienten des Mediums. Die Theorie liefert keinen Anhaltspunkt dafür, wie groß diese Reynoldssche Zahl maximal sein kann, ohne daß merkliche Abweichungen vom Stokesschen Gesetze sich bemerkbar machen würden. Hier ist man auf das Experiment angewiesen. Tatsächlich zeigten die Versuche Arnolds(8), die an fallenden Metallkugeln in verschiedenen Ölen angestellt wurden, daß das Stokessche Gesetz noch bis zu Radiengrößen $a < 0{,}6 \cdot \bar{a}$ gültig ist, wobei $\bar{a}$ den maximalen Radius bedeutet, der in den obigen Ausdruck für R eingesetzt, die Reynoldssche Zahl gleich 1 macht. Ziehen wir das Stokessche Gesetz heran, so läßt sich dieser Radius definieren:

$$\bar{a} = \sqrt[3]{\frac{9\mu^2}{2\varrho(\sigma - \varrho) \cdot g}}. \qquad (7)$$

Für die Reynoldssche Zahl ergibt sich somit als Bedingung der Gültigkeit der Stokesschen Widerstandsformel:

$$R = \frac{a\varrho v}{\mu} < 0{,}2\,, \qquad (8)$$

welche als eine empirische Regel mit etwa 0,5- bis 1 prozentiger Genauigkeit anzusehen ist.

Zu demselben Ergebnis gelangten Zeleny und Mc Keehan(9) an in Luft fallenden Kugeln von Wachs, Quecksilber und Paraffin. Diese beiden Autoren bestimmten zunächst unabhängig voneinander die Dichte, Größe und Endgeschwindigkeit der Kugeln in Luft und verglichen die letztere mit der aus dem Stokesschen Gesetze resultierenden Geschwindigkeit. Es ergab sich fast durchweg eine Übereinstimmung auf etwa 0,5 Proz. Dabei variierten die Radien der untersuchten drei Teilchenarten bzw. von 1,2 bis $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ cm, $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ bis $1{,}1 \cdot 10^{-3}$ cm und 2,2 bis $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ cm.

Eine Ausnahme bildeten Teilchen von natürlichen Sporen, welche durchweg geringere Geschwindigkeiten ergaben, als die nach dem Stokesschen Gesetze berechneten. Doch lassen sich diese Unstimmigkeiten teils auf die nicht kugelförmige Form der Sporen, teils auf kleinere Dichte, als die in einer Flüssigkeit gemessene, zurückführen.

Ausführliche Untersuchungen über die Abhängigkeit des Widerstandes von fallenden Stahlkugeln in verschiedenen Flüssigkeiten von den Reynoldsschen Zahlen wurden in neuerer Zeit von H. Liebster(10) und J. Schmiedel(11) durchgeführt. Der erstere Autor ließ Stahlkugeln von Durchmessern zwischen 1 und 5 mm in verschiedenen Flüssigkeiten, wie Glyzerin, Zuckerlösungen und Wasser fallen und bestimmte deren Fallgeschwindigkeiten mittels kinematographischer Registrierung. Die Reynoldsschen Zahlen seiner Stahlkugeln bewegten sich zwischen 0,1355 und 2402, füllten also ein sehr ausgedehntes Intervall aus. Diese Versuche zeigten, daß das Stokessche Gesetz noch bis zur Reynoldsschen Zahl 0,6 seine Gültigkeit behält. Darüber hinaus weichen die gemessenen Punkte sowohl von den Stokesschen als auch von den Oseenschen Widerstandswerten ab, welche unter Berücksichtigung der quadratischen Glieder der hydrodynamischen Differentialgleichungen berechnet wurden.

Mit einer ähnlichen Apparatur hat J. Schmiedel die Fallbewegung von Stahl- und Aluminiumkugeln vorwiegend bei kleineren Reynoldsschen Zahlen sowie den Widerstand kreisförmiger Scheiben untersucht. Seine Messungen waren hauptsächlich darauf angelegt, die verschiedenen Wandeinflußtheorien zu überprüfen. Doch ergibt sich auch hier bei den in einem engen Zylinder gewonnenen und auf unendliche Entfernung der Wände umgerechneten Widerstandswerten eine gute Übereinstimmung mit denjenigen aus dem Stokesschen Gesetze berechneten bis zur Reynoldsschen Zahl 0,76. Im weiten Zylinder ist die Übereinstimmung nicht so gut und erstreckt sich bloß bis zur Reynoldsschen Zahl 0,16. Hier sollen die Widerstandswerte näher denjenigen aus dem Oseenschen Gesetze berechneten liegen und zwar bis zur Reynoldsschen Zahl 0,72.

Aus den angeführten Resultaten geht hervor, daß bei den Versuchen zur Bestimmung der an kleinen Teilchen wirkenden Kräfte, bei denen es sich um Teilchen von der Größe $1 \cdot 10^{-5}$ bis $1 \cdot 10^{-4}$ cm, also um Reynoldssche Zahlen 10^{-5} bis 10^{-4} handelt, die Bedingung der „Langsamkeit" der Bewegung streng erfüllt ist.

3. Unendlich ausgedehntes Medium. Diese Bedingung ist in der Praxis der Versuche zwar nicht realisiert, doch kann man leicht einsehen, daß in der Mehrzahl der vorkommenden Fälle die Korrektur der Wandeinflüsse zu vernachlässigen ist. Insbesondere gilt dieses bei allen Kondensatorversuchen, wo mikroskopische Teilchen zwischen zwei horizontalen Platten sich bewegen, deren Abstand groß ist gegen die Dimensionen der Teilchen. So ist z. B. bei bereits großen Teilchen vom Radius $1 \cdot 10^{-4}$ cm und bei einem Abstand der Platten 2 mm, das Verhältnis des Radius zum Plattenabstand $\frac{a}{d}$ gleich $0{,}5 \cdot 10^{-3}$, also bereits in der ersten Potenz gegen 1 vernachlässigbar. Anders liegt der Fall in Flüssigkeiten, wenn größere Teilchen

zwischen Objektträger und Deckglas eingeschlossen, beobachtet werden, oder z. B. bei den Sedimentationsversuchen, wo sich in den nahe dem Boden gelegenen Partien der Einfluß der Wandung auf das Sedimentationsgleichgewicht bemerkbar macht (12). In diesen Fällen muß der Widerstand der Kugel eine Korrektur infolge der Begrenzung des Mediums erleiden (13), (14), (15), (16), (17).

4. Stationäre Bewegung. Das Stokessche Gesetz bezieht sich auf stationäre, gleichförmige Bewegung einer Kugel im reibenden Medium. Nun ist es aber von Interesse für manche Probleme, wie z. B. für die Brownsche Bewegung, dieses Gesetz auch auf ungleichförmige Bewegungen auszudehnen, also auf periodische Bewegungen, oder auf solche, bei denen die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit gegeben ist. Da erhebt sich erstens die Frage nach der Gültigkeit der allgemeinen Formel:

$$K = v \cdot \frac{1}{B}, \tag{9}$$

und zweitens nach der Beweglichkeit des Teilchens.

Für kleine Schwingungen einer Kugel in einer zähen, inkompressiblen Flüssigkeit hat Stokes bereits den Widerstand berechnet. Seine Formel lautet:

$$\left.\begin{aligned} K = \left[M + M'\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4as}\right)\right]\frac{dv}{dt} \\ + \left(6\pi\mu a + M' \cdot \frac{9\omega}{4as}\right) \cdot v, \end{aligned}\right| \tag{10}$$

wo M die Masse der Kugel, M' die Masse der verdrängten Flüssigkeit $\left(= \frac{4}{3} a^3 \pi \varrho\right)$ und $s = \sqrt{\frac{\omega\varrho}{2\mu}}$ bedeuten. In dieser Gleichung kann man den Koeffizienten von $\frac{dv}{dt}$ als „scheinbare", hydrodynamische Masse m der Kugel, den Faktor von v als ihren Widerstandskoeffizienten auffassen. Die Formel geht für den Grenzfall unendlich langsamer Schwingungen $\left(\omega = 0, \frac{dv}{dt} = 0\right)$ in die bekannte Stokessche Beziehung für gleichförmige Bewegung über.

Eine einfache Methode zur Überprüfung der Konstanz der Beweglichkeit bei ungleichförmigen Bewegungen bietet die oszillierende Bewegung kleiner elektrisch geladener Teilchen im elektrischen Wechselfelde. Ist E die Amplitude des Wechselfeldes, so kann man die Gleichung (10) auch schreiben:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v}{b} = eE \cdot \sin \omega t, \tag{11}$$

wenn man zur Abkürzung

$$M + M'\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4as}\right) = m$$

und

$$6\pi\mu a + M' \cdot \frac{9\omega}{4as} = w = \frac{1}{b}$$

setzt. m ist somit die hydrodynamische Masse, b die Beweglichkeit im Wechselfelde, welche sich durch den Ausdruck $M' \cdot \frac{9\omega}{4as}$ von derjenigen bei gleichförmig fortschreitender Bewegung unterscheidet.

Die Integration der Gleichung (11) liefert für die Amplitude der Teilchenschwingung die Beziehung:

$$A = \frac{eE}{m\omega\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{b^2 m^2}}}, \tag{12}$$

oder wenn man ω^2 gegen $1/b^2 m^2$ vernachlässigt, was in den praktisch vorkommenden Fällen bei nicht allzu großer Frequenz des Wechselstromes immer zulässig ist:

$$A = eE \cdot \frac{b}{\omega}. \tag{13}$$

Somit ist $b = \frac{A}{E} \cdot \frac{\omega}{e}$. Hält man also die Ladung des Teilchens sowie die Frequenz des Wechselstromes konstant, so wird b proportional dem Verhältnis $\frac{A}{E}$ und bleibt konstant, sobald sich dieses Verhältnis nicht ändert.

Als erste haben wohl Cotton und Mouton (18) im Jahre 1906 die oszillierende Bewegung ultramikroskopischer Teilchen im elektrischen Wechselfelde an den Silberteilchen eines Bredigschen Silber-Hydrosoles beobachtet. In Gasen wurden derartige Versuche gleichzeitig von Snethlage (19) und von Shewart (20) ausgeführt. Alle diese Versuche sowie die etwas späteren, verbesserten Untersuchungen Abbotts (21) an Wassertröpfchen und Lykopodiumsporen in einem vertikalen Kondensator ließen aber keine zwingenden Schlüsse bezüglich der Gültigkeit der Gleichung (11) zu. Auch die Versuche von Fürth (22) mit im elektrischen Wechselfelde schwingenden Teilchen weisen keine große Genauigkeit auf.

Die ersten gelungenen Messungen, die geeignet waren, die Beziehung (9) quantitativ zu überprüfen, waren die von Yü Chen Yang (23). Dieser untersuchte Teilchen von Selen, Platin, Silber und Kupfer in einem Millikanschen Kondensator, indem er die Amplituden der Schwingungen ein und desselben Teilchens bei verschiedenen Wechselstromspannungen bestimmte. Er

fand das Verhältnis $\frac{A}{E}$ bei ein und demselben Teilchen auf 0,5 Proz. im Mittel konstant und bestätigte somit die Gültigkeit der Gleichung (9) bis zu maximalen Geschwindigkeiten von 25 cm/sec. Allerdings erreichten die Reynoldsschen Zahlen bei seinen Messungen maximale Werte bis etwa 0,03. Es wäre erwünscht, diese Versuche auch noch für größere Reynoldssche Zahlen bis 0,2 zu wiederholen, was insbesondere für die Theorie der Brownschen Bewegung, welche von der Gleichung (9) Gebrauch macht, von Wichtigkeit wäre. Dieses ließe sich leicht durch Erhöhung der Ladungen der Teilchen bewerkstelligen.

Yü Chen Yang verglich auch die Beweglichkeiten der Teilchen im Wechselfelde mit denjenigen bei gleichförmiger Bewegung und fand nur eine geringe, etwa 2 Proz. betragende Erhöhung der Beweglichkeit im Wechselfelde gegenüber der gleichförmigen Bewegung. Da aus der Theorie [Gleichung (10)] nur eine etwa 0,3prozentige Erhöhung der Beweglichkeit resultieren sollte, schloß Yü Chen Yang, daß seine Ergebnisse infolge des nicht ganz sinusförmigen Wechselstromes und der geringeren Genauigkeit in der Bestimmung der Beweglichkeit im Schwerefelde etwas verfälscht sein könnten. Somit ergäben seine Messungen keinen Widerspruch zwischen der Theorie und dem Experiment.

Zu anderen Resultaten gelangte O. Blüh (24), welcher an Teilchen eines nach dem Bredigschen Verfahren erzeugten Silberhydrosoles eine Abweichung von der allgemeinen Beziehung (9) im Wechselfelde gefunden zu haben glaubte. Indessen dürften die Schlußfolgerungen Blühs in Anbetracht der Unübersichtlichkeit der Erscheinungen in Flüssigkeiten und der daraus resultierenden vielfachen Fehlerquellen keine Zuverlässigkeit beanspruchen. Nichtsdestoweniger würden derartige weitere Versuche von großer Wichtigkeit sein, denn nach dem derzeitigen Stand der Frage muß die Gültigkeit der Gleichung (9) für schwingende Bewegungen noch als offen betrachtet werden.

5. **Kugelgestalt der Teilchen.** Diese wichtige Bedingung für die Anwendbarkeit des Stokesschen Gesetzes wird an flüssigen Teilchen erfüllt. Bei allen festen Körpern, welche nach den verschiedensten Methoden, wie Verdampfen der molaren Substanz, Zerreißen im elektrischen Lichtbogen usw., erzeugt werden, muß in jedem einzelnen Falle die Form der Teilchen untersucht werden. Tatsächlich gibt es mehrere Methoden, die Gestalt fester Teilchen nachzuprüfen und so die Berechtigung für die Anwendung des Stokesschen Gesetzes nachzuweisen bzw. den Einfluß der eventuell vorkommenden Unregelmäßigkeiten der Struktur abzuschätzen. Es mögen hier vor allem die Methoden erwähnt werden, welche F. Ehrenhaft (25) und seine Schüler im Laufe der langjährigen Diskussionen über die Existenz eines Elementarquantums der Elektrizität ausgearbeitet haben.

Bis zu einer gewissen Größe der Teilchen, etwa $5 \cdot 10^{-5}$ cm Durchmesser gibt das direkte, mikroskopische Bild die getreue Form der Teilchen wieder. Solche Bilder wurden zu wiederholten Malen in den älteren Arbeiten Ehrenhafts photographisch festgehalten und zeigten meistens Kugelgestalt der Teilchen oder nur geringe Abweichungen von derselben. Doch ist es zu bedenken, daß, sobald die Größe der Teilchen unter den erwähnten Wert sinkt, dieselben im mikroskopischen Bilde nicht mehr aufgelöst sind und immer als annähernd runde Scheibchen erscheinen, wie ihre wirkliche Gestalt auch sein mag. Daher ging Ehrenhaft (26) in der letzteren Zeit vom sichtbaren Licht zum ultravioletten über und drückte so die Auflösungsgrenze noch auf etwa die Hälfte, also etwa $2,5 \cdot 10^{-5}$ cm, herunter. Selbstverständlich lassen sich auch bei diesen Photographien nur die gröberen Umrisse feststellen, während feinere Details der Oberfläche, die auf die Beweglichkeit der Teilchen bereits von Einfluß sein können, nicht mehr wahrnehmbar sind.

Von den anderen optischen Methoden sei nur noch die Formbestimmung kleiner Teilchen aus dem photophoretischen Maximum (27), (28)[1]) sowie diejenige aus der Polarisation des von den Probekörpern abgebeugten Lichtes hervorgehoben. Insbesondere könnte die letzte Methode bei entsprechender Vervollkommnung sehr brauchbare Resultate liefern (29).

In letzter Zeit ist es G. Placzek (30) gelungen, durch Ausschweben metallischer, ungeladener Teilchen in einem inhomogenen elektrischen Felde bestimmte Aussagen über die Gestalt der von ihm untersuchten Teilchen zu machen. Die Kraft, der ein in ein inhomogenes elektrisches Feld gebrachtes Teilchen unterliegt, ist durch den Ausdruck:

$$K = F \cdot V \cdot \text{grad}\, E^2 \qquad (14)$$

gegeben. Hierin ist V das Volumen des Teilchens und F ein Proportionalitätsfaktor, der die Abhängigkeit von der Gestalt und Orientierung zum Felde, sowie die Dielektrizitätskonstante enthält. Letztere Abhängigkeit entfällt jedoch bei Leitern. Durch eine einfache Variationsbetrachtung kommt G. Placzek zum Schluß, „daß unter allen Körpern gleichen Volumens,

1) Vergl. z. B. Max Reiß, l. c.

die so in ein gegebenes Feld gebracht werden, daß die Drehmomente stabil oder indifferent verschwinden, die Kugel die größte Energie" und somit der Faktor F den kleinsten Wert hat. In der Folge berechnet er diesen Gestaltsfaktor für einige spezielle Fälle, wie Kugel, Hohlkugel, Ellipsoid und Rotationsellipsoid. So ist z. B. die Kraft, die auf eine metallische Kugel einwirkt:

$$K = \frac{3}{8\pi} \cdot V \cdot \operatorname{grad} E^2 . \tag{15}$$

Nun kommt aber bei den Messungen in den Bewegungsgleichungen der Gestaltsfaktor nicht allein vor, sondern im Verein mit der Dichte des Teilchens. Es gilt nämlich für den freien Fall:

$$v_F = \mathrm{mg} \cdot B = V \cdot \sigma \cdot g \cdot B \tag{16}$$

und für die Bewegung im Felde entgegengesetzt der Schwerkraft:

$$\bar{v}_E = (F \cdot \overline{\operatorname{grad} E^2} - \sigma \cdot g) \cdot V \cdot B . \tag{17}$$

Durch Addition beider Gleichungen und Division durch die erste ergibt sich:

$$\frac{\bar{v}_E + v_F}{v_F} = \frac{F \cdot \overline{\operatorname{grad} E^2}}{\sigma \cdot g}$$

oder:

$$\frac{F}{\sigma} = \frac{\bar{v}_E + v_F}{v_F} \cdot \frac{g}{\overline{\operatorname{grad} E^2}} . \tag{18}$$

Kennt man somit das Feld als Funktion des Ortes und mißt die entsprechenden Geschwindigkeiten des Teilchens mit und ohne Feld, so kann man das Verhältnis $\frac{F}{\sigma}$ bestimmen. Diese Messungen gestatten eine Aussage darüber, ob das betreffende Teilchen eine Kugel von kompakter Dichte ist oder nicht. Man sieht nämlich leicht ein, daß eine Abweichung sowohl von der Kugelgestalt, als auch von der normalen Dichte des Materials sich im Verhältnis $\frac{F}{\sigma}$ nach derselben Richtung auswirkt, und zwar vergrößernd. In dem ersten Falle wird der Zähler größer, im zweiten kann die mittlere Dichte des Teilchens nur kleiner sein als die des molaren Materials.

Auf die beschriebene Art hat G. Placzek mehrere Quecksilber- und Silberteilchen, die in einem elektrischen Lichtbogen erzeugt wurden, untersucht. Während sich das mechanisch zerstäubte Quecksilber normal verhielt, d. h. Verhältnisse $\frac{F}{\sigma}$ lieferte, welche sowohl mit der Kugelgestalt als auch mit der normalen Dichte des Quecksilbers vereinbar waren, zeigten die Silberteilchen ein ganz anderes Verhalten. Die Größen $\frac{F}{\sigma}$ variierten von Teilchen zu Teilchen und waren größer als dies bei Silberkugeln kompakter Dichte der Fall wäre. Würde man probeweise annehmen, daß die Abweichungen von der Kugelgestalt nicht allzu groß sind, und das anormale Verhalten der Silberteilchen nur auf die abweichende mittlere Dichte der Teilchen zurückführen, so kämen für Silber Dichten bis 0,62 heraus. Diese kleinen mittleren Dichten sind an sich nicht unwahrscheinlich, wenn man an Hohlräume denkt, welche bei unregelmäßiger Struktur der Teilchen auftreten können. Die Methode des Ausschwebens kleiner metallischer Teilchen im inhomogenen elektrischen Felde gibt somit ein Mittel an die Hand, um zu entscheiden, ob man bei dem in Betracht kommenden Teilchen das Widerstandsgesetz anwenden darf oder nicht.

Schließlich möge hier noch eine Methode zur Überprüfung der Kugelgestalt der Teilchen erwähnt werden, welche auf der experimentellen Ermittlung des Widerstandsgesetzes in Gasen beruht, die aber erst im nächsten Abschnitt zur näheren Erörterung gelangen wird.

Theoretisch ist es gelungen, das Widerstandsgesetz auch für nicht kugelförmige Teilchen abzuleiten, allerdings nur für einige spezielle Fälle (31), (32). Diese verschiedenen Widerstandsgesetze können jedoch für die kleinen Teilchen nicht in Anwendung kommen, da man die genaue Form derselben nicht bestimmen kann. Für Orientierungszwecke, insbesondere für die Abschätzung des Einflusses der Abweichungen von der Kugelgestalt auf die Bewegung der Teilchen, können sie aber gute Dienste leisten.

II. Widerstandsgesetz mit Berücksichtigung der Gleitung.

In der Ableitung des Stokesschen Gesetzes ist die Voraussetzung enthalten, daß die Flüssigkeit an der Oberfläche der Kugel haftet, daß also die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in jedem Punkte der Berührungsfläche mit derjenigen der Kugel übereinstimmt. Dieses trifft auch bei Flüssigkeiten immer zu. Anders liegt der Fall bei Gasen, da man annehmen muß, daß das Gas nur teilweise vom Teilchen mitgenommen wird. Somit läßt sich das Stokessche Gesetz nicht direkt auf Bewegungen in Gasen übertragen, insbesondere wenn es sich um Teilchen handelt, die gegen die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle nicht sehr groß sind. Es ergab sich so die Notwendigkeit, eine

Korrektur am Stokesschen Gesetze vorzunehmen, welche im wesentlichen in der Einführung der sog. Gleitung in den Widerstandskoeffizienten besteht. Da die Gleitung umso mehr in Betracht kommt, je kleiner die äußere und je größer die innere Reibung des Mediums ist, so haben Helmholtz und Piotrowski (33) als Maß der Gleitung das Verhältnis der inneren zur äußeren Reibung $\gamma = \frac{\mu}{\beta}$ unter dem Namen „Gleitungskoeffizient" eingeführt. Dieselbe Bezeichnung hat sich auch in der kinetischen Gastheorie eingebürgert.

Auf hydrodynamischem Wege hat Basset (34) das Stokessche Gesetz durch Berücksichtigung der Gleitung an der Oberfläche der Kugel ergänzt. Der korrigierte Stokessche Widerstandskoeffizient lautet nach Basset:

$$W = 6\pi\mu a \frac{1 + 2\gamma/a}{1 + 3\gamma/a}, \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{\mu}{\beta}. \tag{19}$$

Bereits J. J. Thomson erkannte die Notwendigkeit, bei sehr kleinen Teilchen die Gleitung an der Oberfläche in Rücksicht zu ziehen und wies auf die korrigierte Widerstandsformel (19) hin. Anläßlich der Diskussionen über die Bestimmung der Ladungen an Einzelteilchen bemerkte F. Ehrenhaft, daß für Teilchen von den Radiengrößen 0,7 bis $1 \cdot 10^{-5}$ cm sich aus dem Stokesschen Gesetze zu kleine Geschwindigkeiten errechnen und daß somit die von ihm erschlossenen Ladungen in Wirklichkeit noch kleiner wären. Dieses zeigte auch M. Reinganum (35), indem er die Radien einiger von Ehrenhaft gemessener Teilchen nach einem Widerstandsgesetz von der Form:

$$W = 6\pi\mu a\left(1 - \frac{\gamma}{a}\right) \tag{20}$$

berechnete und diese Werte mit denjenigen, welche sich aus dem Stokesschen Gesetze ergaben, verglich. Gleichzeitig wies er aber auf andere mögliche Fehlerquellen hin, wie geringere Dichte der eventuell oxydierten Metallteilchen, welche in den Berechnungen der Ladungen nach Ehrenhaft enthalten sein könnten.

Bei der gastheoretischen Behandlung des Widerstandsgesetzes muß man drei Fälle: 1. $a \ll l$, 2. $a \gg l$, 3. $a \sim l$, unterscheiden, welche in bezug auf die Gleitungskorrektur des Stokesschen Gesetzes gesondert behandelt werden müssen.

1. $a \ll l$, der Radius a der Kugel ist so klein gegen die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle, daß die Kugel die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung nicht stört und keine Druck- und Zugspannungen im Gase verursacht. Hierher gehören die Moleküle selbst sowie die kleinsten Elektrizitätsträger in Gasen, die Ionen und Elektronen. Für diesen Fall wurden von mehreren Autoren, wie Langevin (37), Lenard (38) u. a. Beweglichkeitsgesetze aufgestellt, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll. Für den Fall elastischer Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen und Kugel erhielt Cunningham (39) den Ausdruck:

$$K = \frac{6\pi\mu a^2}{(A + D)\, l} \cdot v, \tag{21}$$

worin $A + D$ den Wert $\frac{9}{2} \cdot k = 1{,}575$ hat. Dabei ist k die Proportionalitätskonstante im Reibungskoeffizienten $\mu = k\varrho\bar{c}l$.

2. $a \gg l$, der Radius der Kugel ist groß gegen die mittlere freie Weglänge. Die Kugel ruft Druck- und Zugspannungen im Gase hervor. Hierher gehören alle größeren mikroskopischen Teilchen, an denen Ladungsbestimmungen nach der Einzelteilchenmethode hauptsächlich in der Millikanschen Schule vorgenommen wurden.

Für diesen Fall lautet die gastheoretisch abgeleitete Widerstandsformel von Stokes-Cunningham:

$$K = \frac{6\pi\mu a}{1 + A\,\frac{l}{a}} \cdot v. \tag{22}$$

Für den Faktor A ergibt sich der Wert $A = \frac{1{,}575}{2 - f}$ (40), worin f das Verhältnis der elastischen Zusammenstöße der Moleküle mit der Kugel zur Gesamtstoßzahl ist.

Th. Sexl (41) hat auf die schwache theoretische Grundlage der Cunninghamschen Ableitung des Widerstandsgesetzes hingewiesen. Seine auf Grund der Vorarbeiten Baules (42) über die Wechselwirkung zwischen Gasmolekülen und einer festen Wand abgeleitete Formel ist zwar mit der Cunninghamschen identisch, jedoch hat die Konstante A eine völlig andere physikalische Bedeutung. Sexl geht von der Boltzmannschen Geschwindigkeitsverteilung in einem sich mit beliebiger Geschwindigkeit bewegenden Gase aus und untersucht den Fall, daß der Radius der Kugel groß ist gegen die mittlere freie Weglänge $a \gg l$. Um die Grenzbedingungen bei der Integration des in der Zeiteinheit auf das Flächenelement übertragenen Impulses über die ganze Kugeloberfläche aufstellen zu können, benützt Sexl die Vorstellungen Baules über den Anprall der Moleküle auf eine feste Wand. Der feste Körper wird dabei als ein schwingendes kubisches Raumgitter aufgefaßt, auf welches ein Molekülschwarm mit einer mittleren Geschwindigkeit zufliegt. Da die

genaue Anzahl der Moleküle, welche nach einem 1-, 2-, n-maligen Zusammenstoß mit den Molekülen des festen Körpers in das Gas zurückgeworfen werden, mathematisch nicht erfaßbar ist, werden die Moleküle des Gases in unmittelbarer Nähe der Wand näherungsweise in drei Gruppen eingeteilt und deren Verteilungsfunktionen aufgestellt. In die erste Gruppe fallen diejenigen Moleküle, welche auf die Wand zufliegen, in die zweite diejenigen, welche einen einzigen Zusammenstoß mit einer Wandmolekel erlitten haben und schließlich in die dritte Gruppe die Moleküle, die unendlich oft zusammengestoßen sind. Die aus diesen Annahmen sich ergebenden Grenzbedingungen werden auf eine Kugel mit genügend großem Krümmungsradius übertragen und der Gesamtimpuls auf die Kugel berechnet.

Das auf diese Weise abgeleitete Widerstandsgesetz:

$$K = \frac{6\pi\mu a}{1 + A\frac{l}{a}} \cdot v \tag{23}$$

ist formal mit dem von Cunningham identisch. Doch hat die Konstante A hier den Wert $0{,}7004 \cdot \frac{1+\alpha'\nu}{1-\alpha'\nu}$, wobei $\frac{1+\alpha'\nu}{1-\alpha'\nu}$ aus der Definition des Koeffizienten der äußeren Reibung $\beta = \frac{\varrho\bar{c}}{2} \cdot \frac{1-\alpha'\nu}{1+\alpha'\nu}$ folgt. Dabei erhält A die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors im Gleitungskoeffizienten:

$$\gamma = \frac{\mu}{\beta} = A \cdot l. \tag{24}$$

Die Formel (23) gilt unter der Bedingung, daß $\left(\frac{l}{a}\right)^2$ gegen $\frac{l}{a}$ zu vernachlässigen ist.

Eine theoretische Ableitung des Widerstandsgesetzes für die beiden Grenzfälle $a \ll l$ und $a \gg l$, sowie eine eingehende Untersuchung der möglichen Wechselwirkungen der Gasmoleküle mit der Kugeloberfläche hat P. Epstein (43) durchgeführt. Für den ersten Fall sehr kleiner Kugeln ergibt sich aus dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetze das Moment, welches die Kugel von den auftreffenden Molekülen erhält zu:

$$M^{(a)} = -\frac{4}{3}\pi N m\bar{c}a^2 v. \tag{25}$$

Um das gesamte von den Gasmolekülen der Kugel erteilte Moment zu bekommen, muß man zu diesem Ausdruck noch den Anteil der aus der Kugeloberfläche heraustretenden Moleküle addieren. Dieser ist aber verschieden, je nachdem welcherart die Wechselwirkungen zwischen dem festen Körper und den anprallenden Molekülen sind. Epstein unterscheidet im wesentlichen drei Arten der Reflexion der Moleküle an der Kugeloberfläche.

a) Diffuse oder elastische Reflexion. Im ersten Falle verdampfen die auftreffenden Moleküle unabhängig von ihrer Lage aus der gesamten Kugeloberfläche nach allen Richtungen, im Falle der elastischen Reflexion behalten die Moleküle ihre tangentiellen Geschwindigkeitskomponenten nach dem Austritt aus der Oberfläche bei und das Vorzeichen der normalen Komponenten kehrt sich um. In beiden Fällen heben sich die Momente der austretenden Moleküle bei der Integration über die Kugeloberfläche auf, so daß für das gesamte Moment der Ausdruck (25) sich ergibt.

b) Diffuse Reflexion mit Erhaltung der Geschwindigkeit. Die Moleküle behalten die Geschwindigkeitsverteilung, welche sie vor dem Stoß hatten, d. h. jedes Molekül erhält nach der Reflexion seine frühere Geschwindigkeit zurück. Die austretenden Moleküle übertragen dann auf die Kugel das Moment:

$$M^{(e)} = -\frac{16}{27}\pi N m\bar{c}a^2 v, \tag{26}$$

so daß die gesamte Widerstandskraft gleich:

$$K = -(M^{(a)} + M^{(e)}) = \frac{52}{27}\pi N m\bar{c}a^2 v \tag{27}$$

wird.

c) Diffuse Reflexion mit Akkommodationskoeffizienten. Im Falle b) wird die Oberfläche des festen oder flüssigen Körpers als starr betrachtet. In Wirklichkeit stoßen aber die Gasmoleküle mit den Molekülen oder Atomen des Körpers zusammen und tauschen mit ihnen ihre Momente und Energien aus. Epstein führt daher die physikalisch befriedigendere Annahme ein, daß die auftreffenden Gasmoleküle die Temperatur der Oberfläche teilweise oder ganz annehmen. Ist T die Temperatur des Gases und T' diejenige der Oberfläche, dann ist die Temperatur T'' der reflektierten Moleküle gegeben durch:

$$T'' - T = \tau(T' - T), \tag{28}$$

wobei τ der sog. Akkommodationskoeffizient ist. Hier sind wiederum zwei Fälle zu unterscheiden.

c_1) Ist die Kugel ein vollständiger Wärmeisolator, so muß die Energiebilanz für jedes Element der Oberfläche separat aufgestellt werden. Die Temperatur desselben wird so lange schwanken, bis die Energie der austretenden Moleküle sich mit derjenigen der auftreffenden ausgleichen wird. Die Konstante h des Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes wird eine

Funktion des Ortes an der Kugeloberfläche sein. Für diesen Fall berechnet sich das Moment der die Oberfläche verlassenden Moleküle zu:

$$M^{(e)} = -\frac{3}{16}\pi^2 \cdot N m \bar{c} a^2 v\,, \tag{29}$$

so daß die gesamte Widerstandskraft:

$$K = \left(\frac{4}{3} + \frac{3\pi}{16}\right)\pi \cdot N m \bar{c} a^2 v \tag{30}$$

sein wird.

c_2) Falls die Kugel ein vollkommener Wärmeleiter ist, kann man die Energiebilanz für die ganze Kugeloberfläche aufstellen und annehmen, daß ihre Temperatur gleich der des Gases ist. Das Moment der reflektierten Moleküle wird dann:

$$M^{(e)} = -\frac{\pi^2}{6} \cdot N m \bar{c} a^2 v \tag{31}$$

und die Widerstandskraft:

$$K = \frac{\pi}{3}\left(4 + \frac{1}{2}\pi\right) \cdot N m \bar{c} a^2 v\,. \tag{32}$$

Faßt man alle drei Fälle zusammen, so ergibt sich für Kugeln, deren Radius klein ist gegen die mittlere freie Weglänge $a \ll l$, das Widerstandsgesetz in der Form:

$$K = \frac{4}{3}\pi \cdot \delta \cdot N m \bar{c} a^2 v \tag{33}$$

oder wenn man $\mu = 0{,}3502 \cdot N m \bar{c} l$ setzt:

$$K = \frac{6\pi\mu a^2 v}{(A+D)\,l}, \tag{34}$$

also formal das Stokes-Cunninghamsche Gesetz für sehr kleine Kugeln. Dabei wurde $\frac{9}{2\delta} \cdot 0{,}3502 = A + D = \frac{1{,}575}{\delta}$ gesetzt. δ ist eine Konstante, welche für die behandelten drei Fälle die folgenden Werte annimmt: a) elastische Reflexion: $\delta_a = 1$, b) diffuse Reflexion mit Erhaltung der Geschwindigkeit: $\delta_b = \frac{13}{9} = 1{,}444$, c_1) diffuse Reflexion mit Akkommodationskoeffizienten bei Wärmeisolatoren: $\delta_{c_1} = 1 + \frac{9\pi}{64} = 1{,}442$, c_2) diffuse Reflexion mit Akkommodationskoeffizienten bei Wärmeleitern: $\delta_{c_2} = 1 + \frac{\pi}{8} = 1{,}393$.

Dementsprechend nimmt die Konstante $A + D$ im Cunninghamschen Gesetze die folgenden Werte an:

$$(A+D)_a = 1{,}575; \quad (A+D)_b = 1{,}091;$$
$$(A+D)_{c_1} = 1{,}093; \quad (A+D)_{c_2} = 1{,}131.$$

Macht man mit Millikan die Annahme, daß nur 0,1 der Moleküle elastisch reflektiert werden und der Rest diffuse Reflexion erleidet, so kann man: $A + D = \frac{1{,}575}{0{,}1 + 0{,}9\,\delta}$ schreiben. Mit den angegebenen Werten von δ erhält man für die Konstante $A + D$ die Werte:

$$(A+D)_b = 1{,}125; \quad (A+D)_{c_1} = 1{,}127;$$
$$(A+D)_{c_2} = 1{,}164.$$

Der letzte Wert 1,164 dürfte wohl der plausibelste sein, da man im Falle $a \ll l$ die Kugel als einen vollkommenen Leiter betrachten kann. Auf die Bedeutung der Konstante $A + D$ werden wir noch im folgenden bei der Besprechung der experimentellen Untersuchungen über das Widerstandsgesetz zurückkommen.

Um das Widerstandsgesetz für den zweiten Grenzfall $a \gg l$ zu berechnen, geht Epstein von den hydrodynamischen Druck- und Zugspannungen aus, welche die Kugel im Gase hervorruft, und gewinnt dadurch im Verein mit der Definition der Dichte und Masse des Gases, welches nach den drei Koordinatenrichtungen fließt, zehn Bedingungen, denen das Boltzmannsche Verteilungsgesetz eines sich bewegenden Gases genügen muß. Die so gewonnene Verteilungsfunktion gilt zunächst nur im Innern des Gases und muß für die Oberfläche selbst gemäß den Randbedingungen geändert werden. Diese ergeben sich aus der Forderung, daß die reflektierten Moleküle z. B. mit der Geschwindigkeitskomponente ξ im stationären Zustande dasselbe Moment der Kugel mitteilen, wie die auffallenden Moleküle mit den Geschwindigkeiten $-\xi$, also auch dieselben Spannungen im Gase hervorrufen, wie die letzteren. Diese Forderung liefert sechs weitere Bedingungen für die drei normalen und drei tangentiellen Spannungskomponenten. Nimmt man noch die zwei Bedingungsgleichungen hinzu, welche sich aus der Forderung der Erhaltung der Masse und der Energie ergeben, und führt man die Verteilungsfunktion für diffus reflektierte Moleküle mit Akkommodationskoeffizienten ein, so ergeben sich die makroskopischen Grenzbedingungen für die Lösung des hydrodynamischen Problems zu:

$$u = 0\,, \quad p_{xy} = \beta v\,, \quad p_{xz} = \beta w\,, \tag{35}$$

die formal mit den phänomenologischen Ansätzen Bassets übereinstimmen. Daraus erhält Epstein schließlich für den Gleitungskoeffizienten den Ausdruck:

$$\gamma = \frac{\mu}{\beta} = 0{,}7004\left(\frac{2}{s} - 1\right) \cdot l\,, \tag{36}$$

worin s den Bruchteil der diffus reflektierten

Moleküle und somit $1-s$ den Bruchteil der elastisch reflektierten Moleküle bedeutet. Als Resultat der Rechnung ergibt sich noch, daß die Geschwindigkeitsverteilung der diffus reflektierten Moleküle eine Maxwellsche ist und der Temperatur und Dichte des umgebenden Gases entspricht. So kommt Epstein wieder auf das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz:

$$K = \frac{6\pi\mu a}{1 + A\dfrac{l}{a}} \cdot v, \qquad (37)$$

wobei $A = 0{,}7004 \cdot \left(\frac{2}{s} - 1\right)$ wird. Macht man auch hier die Annahme, daß 0,1 der Moleküle elastische Reflexion und 0,9 diffuse Reflexion erleiden, so gelangt man für Kugeln, deren Radius groß ist gegen die mittlere freie Weglänge, zum Werte $A = 0{,}856$.

3. $a \sim l$. Für den Fall, daß der Radius des Teilchens vergleichbar ist mit der mittleren freien Weglänge, fehlt eine strenge theoretische Ableitung des Widerstandsgesetzes. Man kann jedoch mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß die beiden oben auseinandergesetzten Grenzfälle stetig und monoton ineinander übergehen. Die Konstante A dürfte daher für Teilchen von der Größe der mittleren freien Weglänge Werte zwischen 0,856 und 1,164 aufweisen. Bei der experimentellen Ermittlung der Größe von Teilchen, welche gleich oder etwas größer sind als die mittlere freie Weglänge, wird man somit gezwungen sein, eine Konstante A anzunehmen, die in den angeführten Grenzen liegt, vorausgesetzt, daß die Teilchen alle anderen Bedingungen für die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes erfüllen. Man wird sogar darüber hinaus bemüht sein, für jede in Betracht kommende Substanz den Gleitungskoeffizienten experimentell zu bestimmen, um auf diese Weise den verschiedenen Reflexionsbedingungen der Moleküle an der Oberfläche der Teilchen gerecht zu werden. Beide Wege wurden im Laufe der ausgedehnten Untersuchungen über die Größe der Elektronenladung beschritten.

Bereits im Jahre 1911 hat F. Ehrenhaft das Stokes-Cunninghamsche Gesetz den Berechnungen der Radien und Ladungen von Einzelteilchen aus ihren Geschwindigkeiten im Schwerefelde und im elektrischen Felde zugrunde gelegt. Er verglich die nach dem Stokesschen und Stokes-Cunninghamschen Gesetze berechneten Radien seiner Silber- und Goldteilchen miteinander und zeigte den Einfluß der Cunninghamschen Korrektur auf die Größe der gemessenen Teilchen. Die Radien der Silberteilchen bewegten sich zwischen 1,3 und $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ cm, diejenigen der Goldteilchen zwischen 0,4 und $0{,}9 \cdot 10^{-5}$ cm, waren also von der Größenordnung der mittleren freien Weglänge und teilweise sogar kleiner als diese. Dazu muß allerdings bemerkt werden, daß für die Dichte der Teilchen die molare Dichte des Silbers bzw. Goldes eingesetzt wurde und die Teilchen als kugelförmig betrachtet wurden. Eine eventuelle Abweichung von der Kugelgestalt oder eine geringere mittlere Dichte der Teilchen würde die Radien derselben wesentlich erhöhen, und zwar stärker bei Gold mit der größeren Dichte 19,2 als bei Silber (Dichte 10,5). In der Folge wurden Teilchen der verschiedensten Materialien im Ehrenhaftschen Kondensator gemessen und deren Größen unter Zugrundelegung der Stokes-Cunninghamschen Widerstandsformel mit der Konstante $A = 0{,}815$ berechnet. Die so erhaltenen Radien wurden mit denjenigen nach anderen Methoden erschlossenen verglichen und im allgemeinen die Anwendbarkeit des Gesetzes mit der Konstante 0,815 bestätigt[1]).

Wir können hier nicht näher auf alle Einzelheiten dieser Untersuchungen eingehen, da auch nur eine kursorische Berücksichtigung aller auf diesem Gebiete der Ladungsbestimmungen erschienenen Arbeiten weit über den Rahmen dieses Artikels hinausführen würde. Zur Orientierung seien daher hier nur kurz die verschiedenen Erzeugungsmethoden der Teilchen erwähnt, sowie die daraus sich ergebende Eignung derselben für eine Größenbestimmung nach dem Widerstandsgesetze. Die verwendeten Materialien lassen sich einteilen in: 1. flüssige Tröpfchen, 2. feste Teilchen aus Isolatoren mittlerer Dichte (Schwefel, Selen, Paraffin, Kolophonium, Schellack usw.), 3. feste metallische Teilchen hoher Dichte (Blei, Silber, Gold, Platin). Die Flüssigkeitströpfchen, wie verschiedene Öle sowie Quecksilber, werden meistens durch mechanische Zerstäubung, das letztere auch durch Verdampfen in einem Kugelröhrchen und Kondensieren im Gasstrome erhalten. Diese Tröpfchen eignen sich am besten für die Größenbestimmung nach einem Widerstandsgesetze, vorausgesetzt, daß sie während der Dauer der Versuche massenkonstant bleiben. Denn die Bedingung der Kugelgestalt und der richtigen Dichte ist bei Tröpfchen mit Sicherheit erfüllt. Natürlich muß insbesondere beim Quecksilber, welches eine verhältnismäßig hohe Dichte hat, jede Verunreinigung durch Stoffe geringerer Dichte peinlich vermieden werden.

1) Die für die Größenbestimmung von kleinen Teilchen noch sonst in Betracht kommenden Methoden, wie alle optischen Methoden, sowie die Brownsche Bewegung liefern naturgemäß keine genaue Größenangabe und daher kann sich die oben erwähnte Übereinstimmung nur auf die Größenordnung der Teilchen beziehen.

Die festen Schwefel-, Selen- und Paraffinteilchen werden hauptsächlich durch Verdampfen der molaren Substanz erzeugt. Welche Form diese im Gasstrome erstarrten Teilchen annehmen, ist noch nicht geklärt. Doch werden sie mehr oder weniger von der Kugelgestalt abweichen, die kristallisierbaren Körper, wie z. B. Schwefel, werden wahrscheinlich als kleine Kristalle oder als Konglomerate solcher erstarren. Daraus erhellt, daß man das Widerstandsgesetz nicht ohne weiteres auf diese Teilchen anwenden darf, um so mehr, als die Unterschiede in der Struktur einzelner Teilchen derselben Substanz untereinander ziemlich groß sein können. Bedenkt man jedoch, daß diese Materialien eine verhältnismäßig niedrige Dichte bis 4,3 (Selen) haben, so wird es klar, daß derartige Strukturunterschiede die mittlere Dichte der Teilchen nicht allzustark herunterdrücken können und daß somit die Radien der Teilchen, die in erster Näherung der Wurzel aus der Dichte proportional sind, nicht sehr weit von den richtigen Werten entfernt sein werden.

Anders verhalten sich die schweren Metallteilchen. Die in einem elektrischen Lichtbogen erzeugten Teilchen können, abgesehen von ihrer unregelmäßigen Gestalt, sehr geringe mittlere Dichten erhalten und deshalb werden die unter Voraussetzung der molaren Dichte der Substanz berechneten Radien die wirklichen Werte um ein Vielfaches unterschreiten.

Eine andere Ursache der falschen Größenbestimmung kleiner Teilchen, welche auch bei kugelförmigen Körpern, wie z. B. Quecksilber, sich auswirken kann, hat E. Regener (44) angegeben. Danach sollten an der Oberfläche der Teilchen Gasschichten adsorbiert werden, welche bis zur Größe des Durchmessers der Teilchen anwachsen können. Dadurch würde die mittlere Dichte der Teilchen kleiner werden, weil für die Bewegung des Teilchens im reibenden Gase ein anderer Durchmesser in Betracht käme, als der des festen Teilchens. Die Hypothese Regeners wurde durch die Ergebnisse zweier Arbeiten von E. Radel (45) und M. König (46) teilweise bestätigt. Insbesondere fand König an Quecksilberteilchen in Luft und Kohlensäure eine Abhängigkeit der Teilchenladung von ihrem Radius, und zwar so, daß oberhalb eines „kritischen" Wertes, der in Luft bei etwa $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm, in Kohlensäure bei $2{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm liegt, die Ladung sich als unabhängig vom Radius erweist, unterhalb desselben aber mit dem Radius abnimmt. Dieses Verhalten der Teilchen läßt sich nach Regener so deuten, daß bei großen Teilchen die Gasschichte noch keinen merklichen Einfluß auf die Dichte und somit die Ladung des Teilchens hat. Erst bei einem bestimmten Grenzradius, der von der Dichte und Adsorptionsfähigkeit des Gases abhängt, wird sich der Einfluß der Gasschichte auf die Verkleinerung der mittleren Dichte des Teilchens bemerkbar machen. Auch E. Wasser (47) fand eine derartige Abhängigkeit der Ladungen der von ihm gemessenen Quecksilbertröpfchen vom Radius der Teilchen, doch ergab sich bei ihm die Abhängigkeit des kritischen Radius von der Natur der Gase (Stickstoff, Kohlensäure) im umgekehrten Sinne, als dies nach Regener zu erwarten wäre. Bei höheren Drucken bis 9 Atm. versuchte K. Wolter (48) das Widerstandsgesetz zu überprüfen, indem er die Ladungen von Quecksilber-, Platin-, Kupfer- und Schwefelteilchen bis zu den kleinsten Radien $0{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm bestimmte. Er kam zum Schlusse, daß an dem Versagen des Widerstandsgesetzes nicht der Korrektionsfaktor am Stokesschen Gesetze schuldtragend ist, sondern daß die Dichte der Teilchen eine kleinere ist als die der Berechnung zugrunde gelegte. Zur Erklärung der Dichteabweichungen zieht auch Wolter die Regenersche Gasschichthypothese heran.

Einen direkteren Nachweis der Existenz von oberflächlichen Gasschichten liefert die Arbeit Sanzenbachers (49) [vgl. auch (78), (79)]. Dieser untersuchte in einem Ehrenhaftschen Kondensator Quecksilbertröpfchen in Kohlensäure, Wasserstoff und Luft. In allen drei Gasen wurden die Teilchen durch Verdampfen erzeugt. Außerdem wurden die Teilchen in Kohlensäure durch Funkenzerstäubung und in Luft durch mechanische Zerstäubung hergestellt. Schon seit langem war es bekannt, daß bei diesen Erzeugungsarten Quecksilberteilchen verschiedenster Art entstehen können (50): solche, welche dauernd und kontinuierlich an Masse verlieren, also verdampfen, und solche, deren Masse beliebig lange Zeit konstant bleibt. Es kommen auch Fälle vor, daß Quecksilberteilchen, welche zu Anfang der Messung verdampften, nach einiger Zeit eine konstante Endmasse annehmen. Sanzenbacher hat die Ladungen an verdampfenden Quecksilbertröpfchen gemessen und gezeigt, daß Teilchen, deren Oberfläche infolge der Verdampfung jedesmal erneuert wird, ganze Elementarquanten oder deren Vielfache tragen, während die massenkonstanten Teilchen unterhalb eines bestimmten Radius kleinere Ladungen aufweisen. Das anormale Verhalten der nichtverdampfenden Teilchen läßt sich offenbar auch hier auf Ausbildung von Gasschichten, welche die Verdampfung aufhalten und den scheinbaren Radius des Teilchens vergrößern, zurückführen. Ähnliche Resultate an Quecksilbertröpfchen, welche weiter unten besprochen werden sollen, erhielt J. Mattauch.

Die vorhergehenden Überlegungen haben gezeigt, daß die Größenbestimmung kleiner, im Gase sich bewegender Teilchen erst dann einwandfrei sein kann, wenn das Widerstandsgesetz für jede Substanz experimentell ermittelt sein wird. In diesem Falle können nämlich nicht nur die individuellen Verschiedenheiten des Gleitungskoeffizienten, der in Anbetracht der verschiedenen Reflexionsbedingungen zwischen den Gasmolekülen und der Oberfläche der Teilchen eine Art Materialkonstante ist, berücksichtigt werden, sondern es kann darüber hinaus jedes Teilchen für sich auf seine Eigenschaften überprüft werden. Die Versuche in dieser Richtung haben schon im frühen Stadium der Diskussionen über die Elementarladung der Elektrizität begonnen. Unter diesen lassen sich drei Methoden unterscheiden, welche, obwohl prinzipiell einander sehr ähnlich — in allen handelt es sich um die Ermittlung der Abhängigkeit der Geschwindigkeit von dem Radius und der mittleren freien Weglänge, oder von beiden zugleich — in Anbetracht der verschiedenen experimentellen Anordnungen hier gesondert besprochen werden sollen.

1. Die Methode von R. A. Millikan (51), (52) ist eng mit der Existenz einer kleinsten Elementarladung verbunden. Bereits im Jahre 1911 erkannte Millikan die Notwendigkeit, das Stokessche Gesetz, welches bis dahin für die Größenbestimmung der Teilchen fast ausschließlich benutzt wurde, durch das Stokes-Cunninghamsche zu ersetzen. Er ging auch sogleich daran, die Gleitungskorrektur für seine Öltröpfchen in Luft experimentell zu ermitteln. Da die Öltröpfchenmethode zur Bestimmung der elektrischen Elementarladung aus zahlreichen Darstellungen allgemein bekannt ist, wollen wir uns hier nur auf die Angabe der Endresultate der Millikanschen Untersuchungen über das Widerstandsgesetz an Öltröpfchen beschränken.

Genauere Messungen an Öltröpfchen haben gezeigt, daß das lineare Beweglichkeitsgesetz (37) den Verlauf der Beweglichkeitskurve, insbesondere bei großen Werten von $\frac{l}{a}$, nicht richtig wiedergibt. Deshalb ersetzte Millikan das Stokes-Cunninghamsche Gesetz durch den bereits von Knudsen und Weber (53) für die Beweglichkeit angegebenen exponentiellen Ausdruck:

$$B = \frac{1}{6\pi\mu a}\left[1 + \frac{l}{a}\left(A + De^{-c\frac{a}{l}}\right)\right]. \qquad (38)$$

Diese empirische Formel stellt ein Interpolationsgesetz im Gebiete, wo l und a von derselben Größenordnung sind, dar und geht für die beiden Grenzfälle $\frac{l}{a} \gg 1$ und $\frac{l}{a} \ll 1$ in die bereits diskutierten Formeln (21) und (22) über. Für die Konstanten A, D und c fanden Knudsen und Weber aus ihren Messungen über den Widerstand von schwingenden Glaskugeln in Luft die Werte $A = 0{,}773$, $D = 0{,}400$, $c = 1{,}63$. Die entsprechenden Werte von Millikan für Öltröpfchen in Luft lauten: $A = 0{,}864$, $D = 0{,}290$, $c = 1{,}25$. Die Konstante $A + D$ hat bei Knudsen und Weber den Wert 1,173, bei Millikan 1,154. Beide Werte stimmen mit dem von Epstein theoretisch abgeleiteten Wert 1,164 für 10prozentige elastische Reflexion sehr gut überein.

In der Folge wurden von mehreren Mitarbeitern Millikans nach dessen Methode die Gleitungskoeffizienten einiger Substanzen in verschiedenen Gasen ermittelt. Da diese Untersuchungen sich eng an diejenigen Millikans anschließen und methodisch nichts Neues bringen, seien hier nur die Resultate ihrer Messungen zusammengestellt.

Tabelle I.

Material	Konstante A
Luft / Kohlensäure — Messing oder gealterter Schellack	0,70
Luft-Quecksilber	0,70
Luft-Öl	0,864
Kohlensäure-Öl	0,823
Helium-Öl	0,901
Wasserstoff-Öl	0,813
Luft-frischer Schellack	1,07 (54)

Die obige Tabelle enthält Messungsergebnisse des Gleitungskoeffizienten Al bzw. der Konstante A sowohl nach der Öltröpfchenmethode, als auch nach der von Millikan ausgearbeiteten Methode der rotierenden, konzentrischen Zylinder. Die angegebenen Werte sind Mittelwerte der nach diesen beiden Methoden und von verschiedenen Autoren ermittelten Gleitungskoeffizienten. So wurde z. B. für die Kombination Kohlensäure-Öl die Konstante A mehrmals bestimmt. La Salle fand nach der Öltröpfchenmethode $A = 0{,}825$, während Eglin den Wert 0,820 erhielt. Der Wert von Ishida (55) ist 0,849, derjenige von Van Dyke nach der Methode der rotierenden Zylinder gefundene 0,813. Der in der Tabelle angegebene Wert 0,823 ist ein Mittelwert aus allen diesen Messungsergebnissen und sein Fehler dürfte 1 Proz. nicht übersteigen (56). Ebenso stellt der Wert für Wasserstoff-Öl $A = 0{,}813$ einen Mittelwert aus Resultaten Millikans $A = 0{,}815$ und Ishidas $A = 0{,}811$ dar. Aus der Zusammenstellung geht klar hervor, daß sowohl die Natur des Gases als auch

die Beschaffenheit der Oberfläche auf die Reflexionsgesetze der Gasmoleküle, also auch auf den Gleitungskoeffizienten von meßbarem Einfluß sind.

2. Die Methode von Roux (57) bietet eine zweite Möglichkeit, das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz zu überprüfen und die Konstante A auf rein mechanischem Wege ohne Bezugnahme auf das elektrische Elementarquantum zu ermitteln. Sie besteht darin, ein und dasselbe Teilchen im Gase und sodann in einer Flüssigkeit zu beobachten. Da die Messungen Roux' jedoch keine große Genauigkeit beanspruchen können, sollen hier die mit verbesserten Hilfsmitteln ausgeführten analogen Untersuchungen Silveys (58) besprochen werden.

Silvey hat den Millikanschen Kondensator verwendet, den er für die Beobachtungen im Gase und in der Flüssigkeit geeignet umgebaut hatte. Er beobachtete Quecksilberteilchen, welche durch Verdampfen erzeugt wurden, zunächst in Luft, wo er mehrere (bis 40) Fall- und Steigzeiten gemessen hat, und ließ dann dasselbe Teilchen durch ein in der unteren Kondensatorplatte befindliches Loch in einen unter der Platte angebrachten Trog mit Xylol fallen. Durch passendes Senken des Beobachtungsfernrohres gelang es, das Teilchen beim Passieren des Meniskus der Flüssigkeit zu sehen und sodann die Fallzeiten in der Flüssigkeit über einige Millimeter Falldistanz zu messen. Die Fallgeschwindigkeit in Luft ist gegeben durch:

$$v_1 = \frac{2}{9} \cdot \frac{g a^2 (\sigma - \varrho_1)}{\mu_1} \left(1 + A \frac{l}{a}\right), \tag{39}$$

diejenige in der Flüssigkeit, die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes vorausgesetzt, durch:

$$v_2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{g a^2 (\sigma - \varrho_2)}{\mu_2}. \tag{40}$$

Durch Division beider Gleichungen erhält man:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\dfrac{\sigma - \varrho_1}{\mu_1}\left(1 + A \dfrac{l}{a}\right)}{\dfrac{\sigma - \varrho_2}{\mu_2}} \tag{41}$$

und daraus die Konstante A:

$$A = \left[\frac{v_1}{v_2} \frac{\mu_1}{\mu_2} \left(\frac{\sigma - \varrho_2}{\sigma - \varrho_1}\right) - 1\right] \cdot \frac{a}{l}. \tag{42}$$

Die Fehlerquellen dieser Methode bestehen hauptsächlich in Störungen der Messungen infolge von Strömungen, welche einerseits durch Erwärmungen des Mediums durch den beleuchtenden Lichtstrahl, anderseits durch Verdampfen der Flüssigkeit hervorgerufen werden. Die Konvektion infolge der Verdampfung der Flüssigkeit konnte Silvey teilweise durch Sättigen der Luft mit Xyloldampf beheben. Trotzdem blieben noch immer Strömungen in der Flüssigkeit zurück, welche sich darin äußerten, daß die Geschwindigkeiten in verschiedenen Partieen des Fallweges variierten. Für die Berechnungen zog Silvey die jeweils geringste Geschwindigkeit im mittleren Teil der Küvette heran. Auf diese Art untersuchte er mehrere Teilchen der Radiengrößen 0,952 bis $1{,}878 \cdot 10^{-5}$ cm und fand für den Mittelwert der Konstanten A den Wert 1,03. Dieser Wert für Quecksilber scheint in Anbetracht der viel genaueren Messungen nach der Millikanschen Methode zu hoch zu sein und dürfte aus den angegebenen Gründen nur annähernd richtig sein.

3. Die Evakuierungsmethode, zuerst von E. Meyer und W. Gerlach (59) zur experimentellen Überprüfung des Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetzes angewendet, hat sich als die geeignetste erwiesen, sowohl die Gleitungskoeffizienten für verschiedene Materialien zu bestimmen, als auch jedes einzelne Teilchen darauf zu untersuchen, ob es die Voraussetzungen des Widerstandsgesetzes erfüllt. Die Methode beruht auf der Messung der Geschwindigkeiten ein und desselben Teilchens bei Atmosphärendruck und bei mehreren tieferen Drucken. Meyer und Gerlach haben als erste zwei Platinteilchen in einem Millikanschen Kondensator bei zwei bzw. drei verschiedenen Gasdrucken beobachtet und die Fallgeschwindigkeiten jedes einzelnen Teilchens bei diesen Gasdrucken gemessen. Von dem Gedanken ausgehend, daß das richtige Fallgesetz für dasselbe Teilchen denselben Radius ergeben muß, gleichgültig, bei welchem Druck man ihn berechne, versuchten sie die Konstante A auf diesem Wege zu bestimmen. Keines der bekannten Fallgesetze ergab jedoch die Konstanz des Radius. Diese gelang es erst durch die Annahme einer Konstante $A = 0{,}6$ zu erreichen. Da eine solche Konstante theoretisch nicht begründet ist – ihre Annahme wäre gleichbedeutend mit der Annahme $f > 1$, was keinen physikalischen Sinn hat –, so muß offenbar die Ursache der Unstimmigkeit in der Struktur der Teilchen gesucht werden, wie z. B. in der geringeren mittleren Dichte, in den Abweichungen von der Kugelgestalt usw.

In einem Ehrenhaftschen Kondensator ist es zuerst I. Parankiewicz (60) gelungen, Messungen der Fallgeschwindigkeit dreier Selenteilchen bei drei verschiedenen Gasdrucken (Argon) auszuführen. Sie berechnete den Radius jedes einzelnen Teilchens aus den verschiedenen Drucken unter Zugrundelegung der Konstante

0,815 und fand die Radien auf Promille konstant. Daraus schloß die Verfasserin auf die Gültigkeit der Cunninghamschen Korrektur des Stokesschen Gesetzes. Zu denselben Resultaten gelangten F. Ehrenhaft und D. Konstantinowsky (61) anläßlich ihrer Untersuchungen über die radioaktiv gemachten Selenteilchen. Sie beobachteten fünf Selenteilchen bei drei bis sechs verschiedenen Drucken und fanden eine lineare Beziehung zwischen den reziproken Drucken $\frac{1}{p}$ und den reziproken Fallzeiten $\frac{1}{t}$, welche für die Konstante A ebenfalls den Wert 0,815 lieferte.

Systematische Beobachtungen an kleinen Teilchen fester Substanzen bei verschiedenen Gasdrucken stellte R. Bär (62) an, um die Unterschreitungen der Elektronenladung, die vorwiegend an metallischen Teilchen hoher Dichte vorkamen, aufzuklären. Er benutzte hierzu einen Kondensator, wie ihn bereits Meyer und Gerlach verwendet haben, und gab eine Methode an, aus den Fallgeschwindigkeiten bei verschiedenen Drucken auf die Dichte der von ihm untersuchten Platin-, Gold-, Silber- und Selenteilchen zu schließen.

Das Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz läßt sich in der Form:

$$v = \alpha + \beta l \tag{43}$$

schreiben, wobei für α und β die folgenden Ausdrücke sich ergeben:

$$\alpha = \frac{2}{9}\frac{\sigma g}{\mu}\cdot a^2; \qquad \beta = \frac{2}{9}\frac{\sigma g}{\mu}\cdot A a. \tag{44}$$

Trägt man nun in einem Diagramm die Fallgeschwindigkeiten v_i als Funktion der mittleren freien Weglängen l_i auf, so erhält man für jedes Teilchen eine Kurve, welche im speziellen Falle (falls $\frac{l}{a}$ nicht sehr groß gegen 1 ist) eine Gerade ist und durch die Gleichung (43) dargestellt werden kann. Die Neigung der Geraden ist dann offenbar durch β, der Ordinatenabschnitt für $l = 0$ durch α gegeben. Aus zwei zusammengehörigen Wertepaaren von v_i und l_i lassen sich die Koeffizienten α und β bestimmen. Es wird:

$$\alpha = \frac{v_1 l_2 - v_2 l_1}{l_2 - l_1}; \qquad \beta = \frac{v_2 - v_1}{l_2 - l_1}. \tag{45}$$

Die so gewonnenen Werte von α und β, welche sich unmittelbar aus den Messungen ergeben, liefern ein Kriterium dafür, ob das gemessene Teilchen die Voraussetzungen des Widerstandsgesetzes erfüllt und somit zur Größenbestimmung herangezogen werden darf. Die Gleichungen (44) liefern durch eine einfache Rechnung den Ausdruck:

$$\frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{2}{9}\frac{g}{\mu}\cdot A^2\sigma, \tag{46}$$

welcher bei verschiedenen Teilchen desselben Materials eine Konstante sein muß, vorausgesetzt, daß die Teilchen sich voneinander in ihrer Beschaffenheit nicht sehr unterscheiden. Bär konnte nun zeigen, daß die $\frac{\beta^2}{\alpha}$ an Platin, Gold und Silber von Teilchen zu Teilchen variieren und daß somit von einem einheitlichen Widerstandsgesetz für diese Materialien keine Rede sein kann. Damit werden sämtliche Größenbestimmungen an im elektrischen Lichtbogen erzeugten Teilchen aus den Messungen beim Atmosphärendruck allein illusorisch. Eine einfache Überlegung zeigt, worin die Strukturunterschiede der Teilchen zu suchen sind. Die Versuche Bärs ergaben, daß die experimentell gefundenen $\frac{\beta^2}{\alpha}$ seiner Teilchen kleiner waren als dies der Fall wäre, wenn man in der rechten Seite der Gleichung (46) für σ die molare Dichte der Materialien und für A den theoretisch zu erwartenden Wert einsetzen würde. Nimmt man somit an, daß die Teilchen von der Kugelgestalt nicht allzusehr abweichen und setzt in (46) für A irgendeinen theoretisch möglichen Wert ein, so ergeben die Versuche Bärs für Platin-, Gold- und Silberteilchen Dichten, welche vielfach kleiner sind als die des molaren Materials. So fand Bär unter Voraussetzung der Konstante $A = 1{,}05$ für Platinteilchen mittlere Dichten von 0,5 bis 11, für Goldteilchen Dichten von 2,8 bis 20, für Silberteilchen Dichten von 2,2 bis 12. Diese kleineren mittleren Dichten der Edelmetallteilchen führte Bär auf schwammartige Struktur der Teilchen zurück.

Analoge Messungen an Selen lieferten oft zu große Werte für $\frac{\beta^2}{\alpha}$ und somit scheinbare Dichteüberschreitungen. Diese ließen sich aber durch die Annahme beheben, daß das lineare Beweglichkeitsgesetz nur in einem beschränkten Gebiete Gültigkeit hat. Sobald nämlich das Intervall der $\frac{l}{a}$-Werte zu weit nach der Seite größer werdender $\frac{l}{a}$ ausgedehnt wird, darf man die $(v - l)$-Kurve nicht mehr als eine Gerade ansehen. Die geradlinige Extrapolation der Kurve auf $l = 0$ liefert in diesem Falle zu kleine Werte für α und daher zu große Werte für $\frac{\beta^2}{\alpha}$. Wendet man zur Berechnung der Teilchenradien ein

exponentielles Gesetz, etwa in der Form des Knudsen-Weberschen, an, welches der gegen die l-Achse konvexen Krümmung der $v-l$-Kurve Rechnung trägt, so erniedrigen sich die $\frac{\beta^2}{\alpha}$ und liefern normale Werte für $A^2\sigma$. Allerdings gelang es Bär auch auf diesem Wege nicht, für Selenteilchen ein einheitliches Widerstandsgesetz zu finden.

Zur weitgehenden Vervollkommnung gelangte die Evakuierungsmethode durch die Untersuchungen J. Mattauchs (63), dem es gelang, die Messungen an ein und demselben Teilchen nicht nur bei mehreren tieferen Gasdrucken bis 20 mm Hg auszuführen, sondern auch das Gas um das Teilchen auszuwechseln und dasselbe Teilchen in zwei verschiedenen Gasen zu beobachten. Zu diesem Zwecke war ein Umbau des Ehrenhaftschen Kondensators notwendig, den Mattauch als Schliffkondensator ausbildete. Die beiden Kondensatorplatten vom Durchmesser 9 mm erweiterten sich nach oben und bildeten Metallschliffe, welche die Rolle eines Zweiweghahnes übernahmen. In der einen Stellung der Schliffe war der Kondensator mit der Gasreinigung und dem Gefäß, wo die Teilchen erzeugt wurden, verbunden; in einer zur ersten um 90° gedrehten Lage der Schliffe kommunizierte der Kondensator mit der Pumpe. Ein kurzes Rohr, welches die beiden Platten verband, sorgte für raschen Ausgleich der Luftströmungen im Kondensator. Durch diese Anordnung war es möglich, das Gas um das Teilchen vollkommen gleichmäßig abzupumpen, ohne daß das Teilchen seine Lage im Kondensator wesentlich verändert hätte. Von großem Vorteil war auch die Möglichkeit rascher Evakuierung, welche es gestattete, das Teilchen bei mehreren (oft bis 10–12) Unterdrucken zu beobachten und sodann nach erfolgter Messung das Gas wieder in den Kondensator einzulassen und eine neuerliche Messung desselben Teilchens beim Atmosphärendruck vorzunehmen. Die Gleichheit der Fallgeschwindigkeit beim ersten Atmosphärendruck und beim Rückkehrpunkt konnte als Beweis der Massenkonstanz des Teilchens während der gesamten Dauer der Messung gelten.

Die Bewegungsgleichungen lassen sich in symmetrischer Form folgendermaßen schreiben:

$$\left.\begin{aligned} mg \cdot B &= v_F \\ e \cdot B &= u, \end{aligned}\right| \qquad (47)$$

wobei $u = \frac{v_F + v_E}{E}$. Durch Division der beiden Gleichungen (47) ergibt sich die sog. Schwebespannung E^*, d. i. die Spannung, welche der Schwerkraft das Gleichgewicht hält:

$$E^* = \frac{mg}{e} = \frac{v_F}{u}. \qquad (48)$$

Diese Größe E^* kann bei konstant gehaltener Ladung ebenfalls als Kriterium der Massenkonstanz gelten. Da sie nämlich vom Druck unabhängig ist, muß sie, Konstanz der Masse vorausgesetzt, für dasselbe Teilchen bei allen Gasdrucken denselben Wert aufweisen.

Um möglichst massenkonstante Öltröpfchen zu erhalten, hat Mattauch Vakuumöl verwendet, welches er bei 4 mm Hg destillierte und dessen Fraktionen er bei 240° und 340° auffing. An diesen Öltröpfchen wurden die bereits beschriebenen Messungen der Fall- und Steiggeschwindigkeiten bei Atmosphärendruck und mehreren tieferen Drucken gemacht, wobei jede Geschwindigkeit aus mindestens 20 Zeiten ermittelt wurde.

Setzt man allgemein in (47): $B = \frac{1}{6\pi\mu a} \cdot f\left(\frac{l}{a}\right)$, so ergibt sich die Aufgabe, die Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right)$ aus den Messungsergebnissen der Evakuierung zu bestimmen, wobei für $l = 0$, $f\left(\frac{l}{a}\right) = 1$ sein muß. Mattauch trägt nun in einem Diagramm als Abszisse die mittlere freie Weglänge l auf, als Ordinate die Größen v_F bzw. u auf. Die so gewonnene Kurvenschar zeigt Fig. 1 (s. S. 272). Jedem Teilchen entspricht eine Kurve des Diagramms, welche insbesondere bei den kleineren Teilchen eine leichte Krümmung nach oben aufweist.

Benutzt man anstatt der Fallgeschwindigkeiten v_F, die Größen u, denen man bei etwaigen Strömungen im Kondensator den Vorzug geben muß, so ergibt sich in Verbindung mit (47):

$$\frac{e}{6\pi\mu a} \cdot f\left(\frac{l}{a}\right) = u, \qquad (49)$$

oder durch Elimination von e mittels (48):

$$\frac{2}{9} \frac{\sigma g a^2}{\mu E^*} \cdot f\left(\frac{l}{a}\right) = u. \qquad (50)$$

Durch Ausgleichsrechnung lassen sich nun aus jeder Kurve die dazu gehörigen Ordinatenabschnitte $u_0 = \frac{2}{9} \frac{\sigma g}{\mu E^*} \cdot a^2$ gewinnen und daraus ein erster Näherungswert für den Radius a. Wie aus der Fig. 1 ersichtlich, ergäbe ein linearer Ausgleich der Kurven, etwa nach der Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right) = 1 + A\,\frac{l}{a}$ zu kleine Werte für u_0 und

damit für den Radius a. Deshalb führt Mattauch probeweise die parabolische Funktion:

$$f\left(\frac{l}{a}\right) = 1 + \frac{l}{a}\left(A + B\,\frac{l}{a}\right) \qquad (51)$$

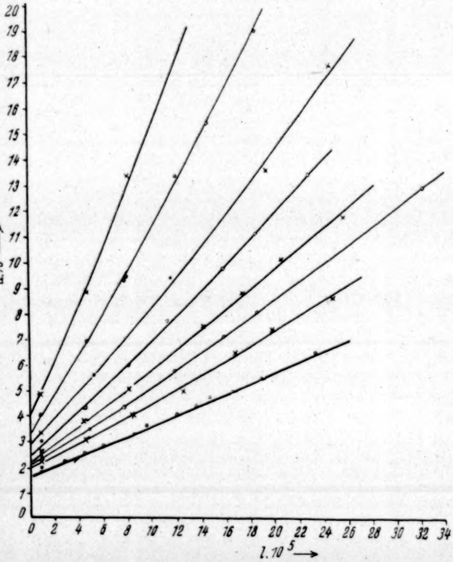


Fig. 1.

ein und bestimmt mit ihrer Hilfe den Ordinatenabschnitt u_0 und daraus die Näherungswerte für die Radien der Teilchen. Die Gleichung (50) läßt sich in diesem Falle schreiben:

$$u = u_0 + \beta l + \gamma l^2. \qquad (52)$$

Die Ausgleichsrechnung liefert neben u_0 auch die Konstanten β und γ, welche, wie ein Vergleich mit (50) zeigt, die folgende Bedeutung haben:

$$\beta = \frac{2}{9}\,\frac{\sigma g}{\mu E^*}\cdot A a\,; \quad \gamma = \frac{2}{9}\,\frac{\sigma g}{\mu E^*}\cdot B. \qquad (53)$$

Wie man sieht, ergeben sich aus β unter Voraussetzung der Dichte die Koeffizienten A. Dieselben bewegen sich an den von Mattauch gemessenen 21 Öltröpfchen von 0,82 bis 1,07.

Daß der parabolische Ausgleich die Radien der Teilchen hinreichend genau liefert, zeigte Mattauch an einigen Öltröpfchen, welche in zwei Gasen, Stickstoff und Kohlensäure, beobachtet wurden. Die nach der Gleichung (52) bestimmten Radien der Teilchen ergaben in beiden Gasen bis auf 1 Proz. übereinstimmende Werte.

Die Näherungswerte der Radien sowie die durch Ausgleich gewonnenen Ordinatenabschnitte u_0 kann man dazu benutzen, ein für alle Öltröpfchen gültiges Widerstandsgesetz aufzustellen. Durch Division der Gleichung (50) durch u_0 erhält man:

$$\frac{u}{u_0} = f\left(\frac{l}{a}\right). \qquad (54)$$

Trägt man somit in einem Diagramm als Abszisse die Werte $\frac{l}{a}$ auf, als Ordinate $\frac{u}{u_0}$, so müssen sämtliche Punkte auf eine Kurve fallen, falls die Messungen durch ein für alle Ölteilchen gültiges Gesetz dargestellt werden sollen. Dieses ist in der Tat der Fall, wie Fig. 2 zeigt. Sämtliche gemessenen Wertepaare gruppieren sich um die eingezeichnete Kurve, welche für große Werte von $\frac{l}{a}$ nach oben abbiegt und somit durch ein exponentielles Gesetz in der Form des Knudsen-Weberschen dargestellt werden kann. Durch zweimaliges Ausgleichen der Versuchswerte erhielt Mattauch für die Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right)$ den Ausdruck:

$$f\left(\frac{l}{a}\right) = 1 + \frac{l}{a}\left(0{,}898 + 0{,}312\,e^{-2{,}37\cdot\frac{a}{l}}\right), \qquad (55)$$

der dem Millikanschen Widerstandsgesetze ganz analog ist und dessen Konstanten A, D, c, von denjenigen Millikans nur wenig

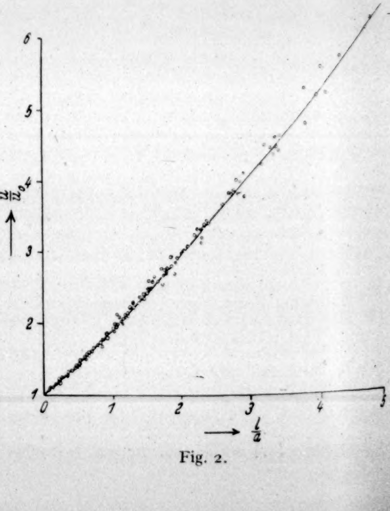


Fig. 2.

abweichen. Dabei muß betont werden, daß die Messungen Mattauchs die Gültigkeit des Widerstandsgesetzes noch bis zu kleineren Radien ($3,5 \cdot 10^{-5}$ cm), als dies bei Millikan der Fall war, nachgewiesen haben.

Analog durchgeführte Messungen an durch Verdampfen erzeugten Quecksilberteilchen ergaben ein gänzlich verschiedenes Bild. Die entsprechende Kurve der $\left(\frac{u}{u_0} - \frac{l}{a}\right)$-Werte zeigt Fig. 3. Wie aus der Figur ersichtlich, läßt sich für die Quecksilberteilchen kein einheitliches Gesetz konstruieren. Es scheinen vielmehr zwei

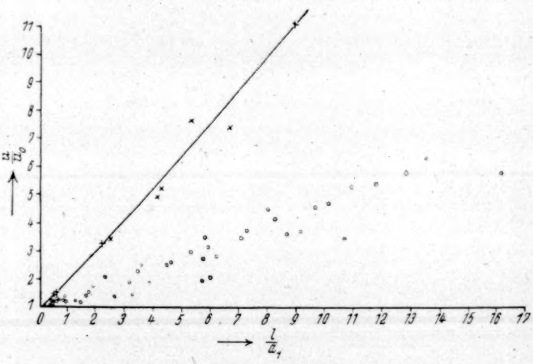


Fig. 3.

Gruppen von Teilchen vorhanden zu sein, von denen die eine eine Kurve mit einer ähnlichen Neigung wie beim Öl bildet, während die Teilchen der zweiten Gruppe sich um eine Kurve mit einer wesentlich kleineren Neigung zu gruppieren scheinen. Die Auswertung der Messungsergebnisse lieferten unter Voraussetzung der Dichte des Quecksilbers für die Teilchen Konstanten A bis 0,14, welche keinen physikalischen Sinn haben. Daher schloß Mattauch, daß die auf die erwähnte Art hergestellten Quecksilberteilchen nur in manchen Fällen normale Dichten aufweisen und in überwiegender Mehrzahl kleinere mittlere Dichten haben. Diese letzteren Teilchen lassen schon auf den ersten Blick Unregelmäßigkeiten ihrer Struktur vermuten. Sie sind im Gegensatz zu den Teilchen erster Art massenkonstant, sind verhältnismäßig gut sichtbar, fallen aber langsam und zeigen kleine Brownsche Bewegung.

In den letzten Jahren wurde im Ehrenhaftschen Institute die Evakuierungsmethode weiter ausgebaut und dazu verwendet, die Widerstandsgesetze für verschiedene feste und flüssige Substanzen zu ermitteln. Dies geschah insbesondere im Hinblick darauf, daß so kleine mittlere Dichten an Edelmetallteilchen, wie sie Bär erhalten hatte, unverständlich waren und deren Ursache erst aufgeklärt werden mußte. Da alle diesbezüglichen Arbeiten sich derselben Methode und der analogen Berechnungsweise bedienten, wie sie bereits oben beschrieben wurde, mögen im folgenden nur die Messungsergebnisse kurz zusammengefaßt werden.

So haben vor allem F. Ehrenhaft und E. Wasser (64), von dem Gedanken ausgehend, möglichst kleine und dabei kugelförmige Teilchen den Messungen zu unterziehen, die schwere Thouletsche Lösung (Kaliumquecksilberjodid) als Versuchssubstanz gewählt. Da die Öltröpfchen infolge ihres geringen spezifischen Gewichtes und ihrer Durchsichtigkeit nur etwa bis zu Radiengrößen von $4 \cdot 10^{-5}$ cm gut beobachtbar sind und das Quecksilber sich für die Evakuierung als unbrauchbar erwies, konnte man erwarten, daß die Tröpfchen der Thouletschen Lösung vom spezifischen Gewichte 3,012 genügend klein und massenkonstant sein werden. In der Tat gelang es, an den sieben gemessenen Tröpfchen ein einheitliches Widerstandsgesetz zu finden und dabei mit dem Radius der Teilchen bis $1,92 \cdot 10^{-5}$ cm herunterzugehen. Die Konstanten A des linearen Gesetzes lagen im engen Intervall 0,87 bis 1,14. Der Ausgleich nach der exponentiellen Widerstandsformel ergab für die Konstanten A, D, c die Werte: $A = 0,943$, $D = 0,169$, $c = 1,54$.

Anschließend an diese Messungen gelang es M. Reiss (65), an den Tröpfchen der noch schwereren Rohrbachschen Lösung (Bariumquecksilberjodid) vom spezifischen Gewichte 3,501 zu noch kleineren Radien bis $1,18 \cdot 10^{-5}$ cm vorzudringen und die Gültigkeit des Widerstandsgesetzes auch an diesen flüssigen Teilchen nachzuweisen. Er erhielt die Konstanten $A = 0,879$, $D = 0,229$, $c = 2,61$, welche den Millikanschen Werten an Öl sehr nahe kommen. Beide Flüssigkeiten lieferten für $A + D$ Werte (1,112 bzw. 1,108), welche mit der Theorie gut übereinstimmen.

Von den festen Substanzen wurde Selen mehrmals zur Untersuchung nach der Evakuierungsmethode herangezogen (66). Die verläßlichsten Messungen dieser Art dürften wohl die von E. Wasser (67) sein, der auch eine ausführliche Fehlerbestimmung der verschiedenen Berechnungsarten des Widerstandsgesetzes

angab. Es möge hier zum Vergleiche mit dem Öl eine Kurvenschar der $u - l$-Werte an Selenteilchen, welche bis zu den Radiengrößen $1{,}08 \cdot 10^{-5}$ cm herabreichen, gebracht werden. Die Kurven zeigen durchweg eine Krümmung nach oben, dürfen daher nur in erster Näherung als Gerade behandelt werden. In der Tat zeigte Wasser, daß der geradlinige Ausgleich dieser Kurven $A^2\sigma$-Werte, oder wenn man die Dichte voraussetzt, A-Werte liefert, deren Abweichungen voneinander außerhalb der Fehlergrenzen liegen. Dieselben dürften nur teilweise auf die Verschiedenheit der Struktur der Teilchen zurückzuführen sein. In der Hauptsache dürfte für das starke Variieren der Konstanten A der lineare Ausgleich der Kurven die Verantwortung tragen. Die Koeffizienten A sind eben in dieser Größenordnung der Teilchen keine Konstanten mehr, sondern eine Funktion des Teilchenradius, was im linearen Beweglichkeitsgesetz nicht zum Ausdruck kommt. Das exponentielle Gesetz ergab kleinere Werte für A, mitunter um 20 Proz., und dementsprechend größere Radien. Das Ergebnis der Wasserschen Arbeit läßt sich kurz dahin zusammenfassen, daß das Stokes-Cunninghamsche Gesetz für Selenteilchen der Größenordnung bis $1 \cdot 10^{-5}$ cm im großen und ganzen zwar seine Gültigkeit behält, doch muß für die genaue Größenbestimmung der Teilchen eine Korrektur der Extrapolation der $u - l$-Kurven auf $l = 0$ vorgenommen werden. Dieses kann nun entweder

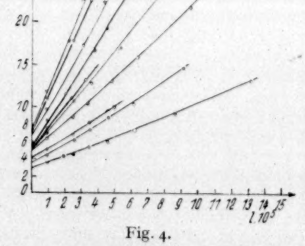


Fig. 4.

in Form eines exponentiellen Gesetzes, wenn genügende Messungen vorhanden sind, geschehen, oder etwa auf diese Weise, daß man dasselbe Teilchen bei kleineren Werten von l, z. B. bei höheren Drucken als der Atmosphärendruck, beobachtet.

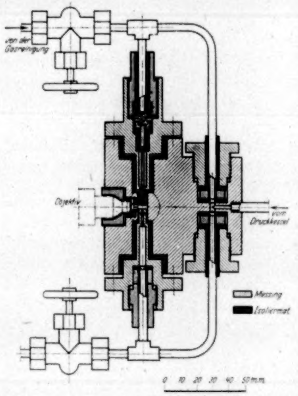


Fig. 5.

Dieselben Überlegungen gelten für die noch zu besprechenden Untersuchungen an Edelmetallteilchen Silber (68), Gold (69) und Platin (70). Durch Einhalten entsprechender Vorsichtsmaßregeln und geeigneter Versuchsumstände, wie trockene Gase, geeignete Intensität des Stromes im elektrischen Funken usw. gelang es, Edelmetallteilchen zu erzeugen, welche nach der Evakuierungsmethode $A^2\sigma$ lieferten, die durchaus in den von der Theorie gezogenen Grenzen sich bewegten. Werte, wie sie Bär an Platin erhalten hat, kamen nur selten vor und ließen sich immer auf Außerachtlassen der geeigneten Versuchsbedingungen zurückführen. Trotzdem kann man aus diesen $A^2\sigma$-Werten, namentlich aus den durch den linearen Ausgleich gewonnenen, nicht ohne weiteres auf die regelmäßige Struktur der Teilchen schließen. Eine nähere Untersuchung dieser Werte zeigt, daß sie am selben Material großen Schwankungen unterworfen sind. Eine Fehlerbestimmung der Messungen an Platin ergab, ähnlich wie am Selen, daß die Schwankungen der $A^2\sigma$-Werte außerhalb der Versuchsfehler liegen. So variieren die $A^2\sigma$ am Silber fast kontinuierlich von 6,8 bis 17,7, am Gold von 13,9 bis 26,2, am Platin von 17,4 bis 29,5. Eine genaue Ermittlung der Konstante A, welche die verschiedenen Reflexionsbedingungen an der Oberfläche fester Teilchen ergeben soll, ist also hier nicht möglich. Aus diesem Grunde können auch die Größenbestimmungen nur annähernde Richtigkeit beanspruchen. Genauer wird man die Radien dieser

kleinen Teilchen bis $1 \cdot 10^{-5}$ cm erst ermitteln können, wenn man die Extrapolation der u-, l-Kurven ins Stokessche Gebiet vermeiden wird.

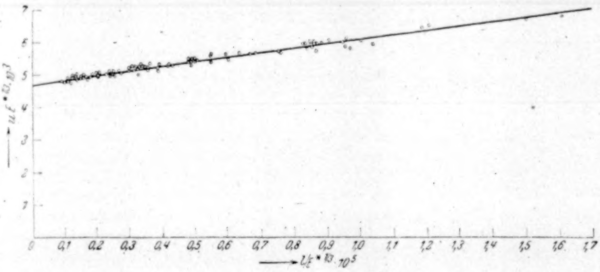


Fig. 6.

Dieses ist erst in jüngster Zeit E. Wasser (76) durch Beobachtung eines und desselben Selenteilchens bei hohen Drucken bis 15 Atm. gelungen. Fig. 5 zeigt den von ihm für diesen Zweck konstruierten Kondensator, der im Gegensatz zu den älteren Typen ganz aus Metall (Messing) gebaut ist. Die Beobachtungskammer ist allseitig symmetrisch geschlossen, so daß Strömungen des Teilchens sowohl während des Druckwechsels, als auch bei den Messungen selbst auf ein Minimum reduziert waren. Auf diese Weise war es möglich, dasselbe Teilchen nicht nur bei höheren Drucken, als der Atmosphärendruck, sondern auch bei tieferen Drucken bis etwa 150 mm Hg zu beobachten und so die älteren Meßergebnisse an Selenteilchen nach der Evakuierungsmethode mit dem sich aus den Druckmessungen ergebenden Widerstandsgesetz zu vergleichen.

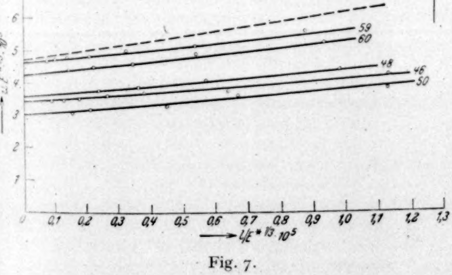


Fig. 7.

Das von E. Wasser benutzte Rechenverfahren stellt eine Verbesserung des oben für die Evakuierungsmethode angegebenen dar. Wenn man nämlich nach der Gleichung (50) aus den korrespondierenden u-, l-Werten die Ordinatenabschnitte $\alpha = \frac{e}{6\pi\mu a}$ und die Neigungen $\beta = \frac{eA}{6\pi\mu a^2}$ bestimmt, so liegt dieser Berechnungsart die Voraussetzung zugrunde, daß die Radien der Teilchen und somit auch deren Gewichte während der Dauer einer Meßreihe konstant geblieben sind. Nun ist es aber klar, daß etwaige Änderungen der Versuchsbedingungen beim Druckwechsel sich dahin auswirken, daß sie das Gewicht des Teilchens scheinbar vergrößern bzw. verkleinern. Dann hat man es aber in Gleichung (50) nicht mit zwei Veränderlichen u und l, sondern noch mit einem unkontrollierbaren Parameter a zu tun. Der aus diesem Umstande resultierende Fehler fälscht die nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichenen Werte α und β. Diese Fehlerquelle kann man beseitigen, wenn man dafür sorgt, daß die Koeffizienten der linearen Gleichung nur Größen enthalten, die während der Messung unverändert bleiben. Dies gelingt durch Elimination aus Gleichung (50) des Radius a mittels der Beziehung:

$$eE^* = mg = \frac{4}{3} a^3 \pi \sigma g\,, \qquad (56)$$

oder

$$a = \left(\frac{3eE^*}{4\pi\sigma g}\right)^{1/3}. \qquad (56\text{a})$$

Gleichung (50) nimmt dadurch die Gestalt an:

$$uE^{*1/3} = \frac{2}{9}\frac{\sigma g}{\mu}\left[\left(\frac{3e}{4\pi\sigma g}\right)^{2/3} + \left(\frac{3e}{4\pi\sigma g}\right)^{1/3} \cdot A \cdot \frac{l}{E^{*1/3}}\right], \qquad (57)$$

wenn man für $f\left(\frac{l}{a}\right)$ den linearen Ansatz wählt, was bei diesen hohen Drucken, wo $\frac{l}{a} \ll 1$, durchaus berechtigt ist.

Die Messungen nach der Druckmethode zeigten, was man schon aus den bei tieferen Drucken gewonnenen Resultaten vermuten konnte, daß die Selenteilchen keineswegs einheitlich sind. Es konnten nämlich, ähnlich wie dies bei Hg der Fall war, wenigstens zwei Gruppen von Teilchen beobachtet werden. Ihr Verhalten wird am besten an Hand der folgenden zwei Figuren veranschaulicht. Fig. 6 gibt die entsprechenden $uE^{*1/3} - \frac{l}{E^{*1/3}}$-Werte für die

regulären Teilchen. Die Meßpunkte sämtlicher gemessener Teilchen dieser Art (18) liegen auf ein und derselben Geraden und weisen nur ganz geringe Streuungen auf. Aus Gleichung (57) kann man also schließen, daß sowohl die Ladungen wie die Dichten bei allen Teilchen konstant sind und daß allen Teilchen ein gemeinsames Widerstandsgesetz mit einer einzigen Konstante A zugrunde gelegt werden kann.

Anders verhalten sich die Teilchen der Fig. 7 (s. S. 275). Die Meßpunkte dieser Teilchen verteilen sich auf mehrere Gerade, welche verschiedene Neigungen gegen die Abszissenachse haben. Auch liegen die $u E^{*^{1/3}} - \frac{l}{E^{*^{1/3}}}$-Geraden dieser Teilchen unterhalb derjenigen der regulären Teilchen (strichlierte Gerade). Es können somit bei diesen Teilchen eine oder mehrere von den drei Größen e, A und σ nicht konstant sein. Auf Grund der Betrachtung der $A^2\sigma$ und $\frac{e}{A}$ dieser Teilchen kommt der Verfasser zu dem Schlusse, daß die Meßergebnisse sich am einfachsten durch Annahme einer von Teilchen zu Teilchen variierenden mittleren Dichte erklären lassen. Die Beobachtungen lassen sich dann sowohl durch eine konstante, allen Teilchen gemeinsame Ladung, als auch konstanten Widerstandskoeffizienten A beschreiben.

Als Resultat ergibt sich für die Konstante A für Selenteilchen der Wert $0{,}887 \pm 0{,}003$. Die Ladungen sämtlicher Teilchen, sowohl der regulären als auch der als unregelmäßig bezeichneten, stimmen mit dem Elektronenwert auf 1 Proz. überein. Der Verfasser kommt somit zu dem Schlusse, daß an Selenteilchen keine Unterschreitungen der Elektronenladung, die mit einer normalen Konstante A des Widerstandsgesetzes vereinbar sind, beobachtet werden können.

Aus den Untersuchungen E. Wassers ist es also ersichtlich, daß man die Größe und somit auch die auf kleine Teilchen wirkenden Kräfte erst durch Beobachtungen dieser Teilchen bei höheren Drucken als der Atmosphärendruck richtig bestimmen kann. Denn einerseits befindet man sich hier im Gebiete der $\frac{l}{a}$-Werte, wo die Theorie ganz bestimmte Aussagen über den Widerstandskoeffizienten A machen kann und andererseits lassen sich die Stokesschen Geschwindigkeiten, die für die Größen der Teilchen maßgebend sind, sehr genau festlegen. Aus der Diskrepanz seiner Messungen an Selenteilchen bei hohen und tiefen Drucken folgt ferner, daß man sämtliche bisher an festen Teilchen nach der Evakuierungsmethode durchgeführten Größenbestimmungen (und somit auch Ladungsmessungen) einer neuerlichen Revision mittels der Druckmethode unterziehen muß.

Dieses ist auch schon teilweise an Gold- und Silberteilchen geschehen. Neuerdings hat F. Ehrenhaft (77) an drei Gold- und drei Silberteilchen ähnliche Druckmessungen, wie die oben beschriebenen, durchgeführt. Die zu geringe Statistik erlaubt noch nicht, sich ein endgültiges Urteil über das Verhalten dieser Metallteilchen hoher Dichte zu bilden. Jedenfalls ist der Verfasser selbst der Meinung, daß die verschiedenen Gold- und Silberteilchen sich in der Dichte um etwa 20 Proz. voneinander unterscheiden. Man muß somit annehmen, daß die mittleren Dichten dieser Teilchen von der des molaren Materials beträchtlich abweichen können. Ein ungefähres Bild davon erhält man, wenn man die von F. Ehrenhaft unter Voraussetzung der molaren Dichte berechneten Widerstandskoeffizienten A betrachtet. Sie liegen knapp an der untersten Grenze der theoretisch möglichen Werte und unterschreiten sogar in zwei Fällen den Wert 0,7, den man aus Gleichung (36) für vollkommen diffuse Reflexion der Gasmolekeln an der Oberfläche der Teilchen erhält. Die bei diesen Teilchen unter Voraussetzung der molaren Dichte berechneten Radien und Ladungen können daher von den wirklichen Werten ziemlich weit entfernt sein. Dadurch läßt sich die Tatsache erklären, daß die von F. Ehrenhaft berechneten Ladungen dieser sechs Teilchen noch immer beträchtlich unterhalb dem Elektronenwerte liegen (Mittelwert $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ els. E.). Immerhin sind aber die Ladungen bereits wesentlich höher, als sie sich aus der Evakuierung öfters ergeben haben. Ob man durch geeignete Erzeugungsbedingungen dieser Metallteilchen auch solche wird erhalten können, die den Voraussetzungen des Widerstandsgesetzes restlos genügen werden, bleibt der Zukunft vorbehalten.

Zum Schlusse mögen in der Tab. II die bisherigen experimentellen Ergebnisse der Untersuchungen über die Gleitungskoeffizienten verschiedener Materialien zusammengestellt werden. Wie aus der Tabelle zu entnehmen ist, liegen die Koeffizienten A des Stokes-Cunninghamschen bzw. des Knudsen-Weberschen Widerstandsgesetzes an der unteren Grenze der theoretisch abgeleiteten Werte. Diese Tatsache spricht für überwiegende diffuse Reflexion der Gasmolekeln an der Teilchenoberfläche mit nur geringem Bruchteil elastischer Reflexion. Die Konstanten A weisen für verschiedene Kombinationen der Gase und Teilchenarten verschiedene Werte auf, doch reicht die Genauigkeit der Mehrzahl der in der

Tabelle II.

Autor	Versuchsmaterial	A	$A+D$
M. Knudsen und S. Weber	große Glaskugeln in Luft	0,773	1,173
L. W. Mc Keehan	Wachsteilchen in Luft	1,05	—
J. Y. Lee	Schellack in Luft	1,07	—
R. A. Millikan, W. H. Barber u. G. Ishida (71)	Öl in Wasserstoff	0,820	—
A. Schidlof und Murzynowska (72)	Öl in Luft	0,882	—
A. Schidlof und A. Karpowicz	Quecksilber in Luft	0,882	—
O. W. Silvey	Quecksilber in Luft	0,886 1,03	— —
A. Targonski (73)	Quecksilber in Luft	0,878	—
J. B. Derieux (74)	Quecksilber in Luft	0,695	—
R. A. Millikan	Öl in Luft	0,864	1,154
L. J. La Salle (75)	Öl in Kohlensäure	0,825	—
J. Parankiewicz	Selen in Argon	0,815	—
F. Ehrenhaft und D. Konstantinowsky	Selen in Stickstoff	0,815	—
J. Mattauch	Öl in Stickstoff	0,898	1,210
F. Ehrenhaft und E. Wasser	Thouletsche Lösung in Stickstoff	0,943	1,112
M. Reiß	Rohrbachsche Lösung in Stickstoff	0,879	1,108
H. Trebitsch	Selen in Stickstoff	1,034	1,206
E. Wasser	Selen in Stickstoff	0,818	0,993
O. Trauner	Silber in Stickstoff	1,070	1,190
M. Slopkovitzer	Gold in Stickstoff	0,978	1,068
S. Virtel	Platin in Stickstoff	0,808	1,063
E. Wasser	Selen in Stickstoff (Druckmethode)	0,887	—
F. Ehrenhaft	Silber in Stickstoff (Druckmethode)	0,72	—
F. Ehrenhaft	Gold in Stickstoff (Druckmethode)	0,73	—

Tabelle enthaltenen Werte nicht aus, um Gesetzmäßigkeiten bezüglich der verschiedenen Reflexionsbedingungen daraus ableiten zu können. Dieses kommt vor allem in der Variation der Konstanten A bei derselben Teilchenart zum Ausdruck. Die Koeffizienten $A+D$, welche im Grenzfall $\frac{l}{a} \gg 1$ für die Neigung der Beweglichkeitskurve maßgebend sind, stimmen besser überein. Sie liegen sämtlich zwischen 1,0 und 1,2 und kommen dem theoretischen Werte 1,164 sehr nahe.

Zusammenfassend kann somit behauptet werden, daß das Stokes-Cunninghamsche Gesetz bei Teilchen definierter Beschaffenheit und Gestalt eine richtige Größenbestimmung vorzunehmen gestattet. Diejenigen Teilchen, bei denen man das Zutreffen dieser Bedingungen von vornherein nicht annehmen kann, müssen allerdings in jedem besonderen Falle mittels der Druckmethode auf ihre Struktur und mittlere Dichte untersucht werden.

Literaturverzeichnis.

1) G. G. Stokes, Cambr. Trans. **9**, 8, 1851; Papers III, 59.
2) J. Boussinesq, Ann. d. Chimie et Phys. **29**, 349, 1913.
3) F. Noether, Zeitschr. f. Math. u. Phys. **62**, 1, 1913.
4) C. W. Oseen, Arkiv för Math. Astr. och Fysik **6**, Nr. 29, 1910; **7**, Nr. 9—12, 1911.
5) J. Weyssenhoff, Ann. d. Phys. **62**, 1, 1920.
6) M. Smoluchowski, Anz. Akad. Krakau, S. 143, 1904.
7) Lord Rayleigh, Phil. Mag. **36**, 365, 1893; vgl. auch H. A. Lorentz, Abh. über theor. Phys. **1**, 41.
8) H. D. Arnold, Phil. Mag. **22**, 755, 1911.
9) J. Zeleny und L. W. McKeehan, Physik. Zeitschr. **11**, 78—93, 1910.
10) H. Liebster, Ann. d. Phys. **82**, 541, 1927.
11) J. Schmiedel, Physik. Zeitschr. **29**, 593, 1928.
12) J. Perrin, Die Atome, Deutsche Auflage, Dresden u. Leipzig, 1914.
13) H. A. Lorentz, Abh. über theor. Phys. I, 23.
14) J. Stock, Ann. Akad. Crac., S. 18, 1911.
15) R. Ladenburg, Ann. d. Phys. **23**, 447, 1907.
16) H. Faxén, Ann. d. Phys. **68**, 89, 1922; Vorl. Mittlg. **63**, 581, 1920.
17) A. Westgren, Ann. d. Phys. **52**, 308, 1917.
18) A. Cotton u. H. Mouton, Journ. chim. phys **4**, 365, 1906.
19) A. Snethlage, Proc. Amst. Acad. **19**, 1006, 1917.
20) W. A. Shewart, Phys. Rev. **9**, 425, 1917.
21) R. B. Abbott, Phys. Rev. **11**, 381, 1918.
22) R. Fürth, Ann. d. Phys. **63**, 521, 1920.
23) Yü Chen Yang, Ann. d. Phys. **76**, 333, 1925.
24) O. Blüh, Ann. d. Phys. **78**, 177, 1925; Physik. Zeitschr. **26**, 722—724, 1925.
25) F. Ehrenhaft, Physik. Zeitschr. **15**, 952—954, 1914; **16**, 227—237, 1915.
26) F. Ehrenhaft u. E. Wasser, Phil. Mag. **2**, 30, 1926.
27) F. Ehrenhaft, Physik. Zeitschr. **18**, 352—368, 1917; Ann. d. Phys. **56**, 81, 1918.
28) P. Debye, Ann. d. Phys. **30**, 57, 1909.
29) R. Gans, Ann. d. Phys. **62**, 331, 1920; M. A. Schirmann, Physik. Zeitschr. **23**, 441, 1922; F. Tank, Mitt. d. Phys. Ges. Zürich Nr. 18, 1916.
30) G. Placzek, Zeitschr. f. Phys. **55**, 81, 1929.
31) A. Oberbeck, Crelles Journ. **81**, 62, 1876.
32) R. Gans, Sitzber. Akad. München, S. 191, 1911.
33) H. Helmholtz, Wiss. Abh. I, 172.
34) A. B. Basset, Phil. Trans. **179**, 43, 1877.
35) M. Reinganum, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 1025, 1910.
36) F. Ehrenhaft, Wien. Ber. **119** (2a), 815, 1910; Physik. Zeitschr. **11**, 318 u. 940, 1910.
37) P. Langevin, Ann. d. Chim. et d. Phys. S. 245, 1905.
38) P. Lenard, Ann. d. Phys. **61**, 687, 1920.
39) E. Cunningham, Proc. Roy. Soc. (1) **83**, 357, 1910.
40) F. Zerner, Physik. Zeitschr. **20**, 546, 1919.
41) Th. Sexl, Ann. d. Phys. **81**, 855, 1926.
42) B. Baule, Ann. d. Phys. **44**, 141, 1914.
43) P. S. Epstein, Phys. Rev. **23**, 710, 1924.
44) E. Regener, Berl. Ber. S. 632, 1920.
45) E. Radel, Zeitschr. f. Phys. **3**, 93, 1920.
46) M. König, Zeitschr. f. Phys. **11**, 253, 1922.
47) E. Wasser, Zeitschr. f. Phys. **27**, 226, 1924.

48) K. Wolter, Zeitschr. f. Phys. **6**, 339, 1921.
49) R. Sanzenbacher, Zeitschr. f. Phys. **39**, 251, 1926.
50) A. Targonski, Arch. de Genève S. 41, 1916; S. 43, 1917.
51) R. A. Millikan, Phys. Rev. XXXII. **4**, 349, 1911.
52) R. A. Millikan, Phys. Rev. II. **2**, 109, 1913.
53) M. Knudsen u. S. Weber, Ann. d. Phys. **36**, 981, 1911.
54) J. Y. Lee, Phys. Rev. **4**, 420, 1914.
55) G. Ishida, Phys. Rev. XXI. **5**, 550, 1923.
56) R. A. Millikan, Phys. Rev. XXI. **3**, 217, 1923.
57) J. Roux, Ann. d. Chim. **29**, 69, 1913.
58) O. W. Silvey, Phys. Rev. **7**, 106, 1916.
59) E. Meyer u. W. Gerlach, Elster- und Geitel-Festschrift S. 196, 1915.
60) I. Parankiewicz, Physik. Zeitschr. **19**, 280, 1918.
61) F. Ehrenhaft u. D. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. **63**, 773, 1920.
62) R. Bär, Ann. d. Phys. **59**, 393, 1919; R. Bär u. F. Luchsinger, Physik. Zeitschr. **22**, 225, 1921; R. Bär, Ann. d. Phys. **67**, 157, 1922.
63) J. Mattauch, Zeitschr. f. Phys. **32**, 439, 1925.
64) F. Ehrenhaft u. E. Wasser, Zeitschr. f. Phys. **37**, 820, 1926.
65) M. Reiss, Zeitschr. f. Phys. **39**, 623, 1926.
66) H. Trebitsch, Zeitschr. f. Phys. **39**, 607, 1926.
67) E. Wasser, Zeitschr. f. Phys. **45**, 561, 1927.
68) O. Trauner, Zeitschr. f. Phys. **46**, 237, 1927.
69) M. Slopkovitzer, Zeitschr. f. Phys. **59**, 754, 1930.
70) S. Virtel, Zeitschr. f. Phys. **59**, 771, 1930.
71) R. A. Millikan, W. H. Barber u. G. Ishida, Phys. Rev. **5**, 334, 1915.
72) A. Schidlof u. Murzynowska, Arch. d. Gen. **40**, Nov., Dez. 1915.
73) A. Targonski, Arch. d. Gen. **41**, 1916.
74) J. B. Derieux, Phys. Rev. **11**, 203, 1918.
75) L. J. La Salle, Phys. Rev. **18**, 98, 1921.
76) E. Wasser, Zeitschr. f. Phys. **78**, 492, 1932.
77) F. Ehrenhaft, Physik. Zeitschr. **33**, 673, 1932.
78) R. Nestle, Zeitschr. f. Phys. **77**, 174, 1932.
79) K. Schäfer, Zeitschr. f. Phys. **77**, 198, 1932.

(Eingegangen 14. November 1932.)

VORTRÄGE VON DER 15. TAGUNG DES GAUVEREINS THÜRINGEN-SACHSEN-SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT AM 8. UND 9. JANUAR 1933 ZU BRESLAU.

Hedwig Kohn und H. J. Hübner (Breslau), Intensitätsmessungen an Hauptseriengliedern von Rubidium und Caesium.

In Fortführung der Untersuchungen von Kohn und Jakob[1]) wurde für einige höhere Glieder der Hauptserien von Rubidium und Caesium das Intensitätsverhältnis (I.-V.) der Dublettkomponenten nach photographisch-photometrischer Methode gemessen. Als Lichtquellen dienten zwei besonders konstruierte, mit Metallsalzen gefärbte Flammen, eine Knallgasflamme und eine Leuchtgas-Preßluftflamme, deren Temperatur nach der Methode der Linienumkehr kontrolliert und gemessen wurde (2176° bzw. 2850° abs.)[2]). Die Färbung erfolgte mittels eines Zentrifugalzerstäubers nach Beckmann[3]), der für die benutzten Brenner aber in wesentlichen Punkten umkonstruiert wurde und die Vernebelung von Lösungen beliebig hoher Konzentrationen zuließ, so daß die Dichte des Dampfes in den Flammen innerhalb sehr weiter Grenzen variiert werden konnte. Die Flammenhelligkeit konnte innerhalb langer Zeiträume auf 4 Proz. konstant gehalten und von einem Versuch zum anderen mit gleicher Genauigkeit reproduziert werden.

Mit diesen Flammen und lichtstarker optischer Anordnung[1]) gelang es, an den Dubletts

$6^2 P - 5^2 S$ ($\lambda = 4216$ bzw. 4202 A.E.)

und

$7^2 P - 5^2 S$ ($\lambda = 3592$ bzw. 3587 A.E.) des *Rb*

sowie an dem Dublett

$8^2 P - 6^2 S$ ($\lambda = 3889$ bzw. 3877 A.E.) des *Cs*

Messungen in sogenannter „unendlich dünner" Schicht vorzunehmen, d. h. bei einer Dampfdichte und Schichtdicke, die so weit herabgedrückt ist, daß das I.-V. nicht merklich durch

1) H. Kohn und H. Jakob, Physik. Zeitschr. **27**, 819, 1926; H. Jakob, Ann. d. Phys. **86**, 449, 1928.

2) Die nähere Beschreibung wird demnächst in einer ausführlichen Mitteilung in den Annalen der Physik gegeben.

3) E. Beckmann und P. Waentig, Zeitschr. f. phys. Chem. **68**, 385, 1909; E. Beckmann und H. Lindner, ebenda **82**, 641, 1913.

1) Den verwendeten Ultraviolettspektrographen haben wir dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Physik, das Registrierphotometer der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft und einen Teil der Optik der Helmholtzgesellschaft zu verdanken.

die Selbstabsorption in der Lichtquelle beeinflußt ist. Das Kriterium hierfür bildete einerseits das Verschwinden der Linienabsorption, die gleichzeitig mit der Helligkeit an beiden Komponenten der Dubletts ermittelt wurde, sowie anderseits die Feststellung, daß sich mit weiterer Verringerung der Dampfdichte durch Herabsetzung der Lösungskonzentration das I.-V. nicht mehr ändert. Die Konzentration wurde von demjenigen Betrage ab, bei dem die Linienabsorption zuerst verschwindet, noch auf den vierten Teil herabgesetzt. In der folgenden Tab. I sind zusammengestellt: 1. der gemessene I.-V.-Wert bei unendlich dünner Schicht, den wir als „wahres Intensitätsverhältnis" bezeichnen (I.-V.$_w$), 2. das hieraus berechnete Verhältnis der Stärken der Ersatzoszillatoren f_2/f_1, die den Linien zugeordnet sind (bei der Umrechnung ist die Verschiedenheit der Besetzungszahlen der Ausgangsniveaus berücksichtigt; sie ist durch die Umkehrtemperatur gegeben), 3. die aus den Dispersionsmessungen von Roschdestwenski[1]), folgenden f_2/f_1-Werte und schließlich 4. die nach der quantenmechanischen Formel von Fermi[2]) berechneten f_2/f_1-Werte.

Tabelle I.

	I.-V.$_w$	f_2/f_1 Aus I.-V.$_w$	f_2/f_1 Aus Dispersionsmessungen (Roschdestwenski)	f_2/f_1 Berechnet nach Fermi
2. *Rb*-Glied	2,57	2,71	2,58	2,60
3. *Rb*-Glied	3,23	3,32	2,90	2,97
3. *Cs*-Glied	8,00	8,50	7,40	7,15

Bei allen drei Dubletts zeigt sich, entsprechend den früheren Ergebnissen am zweiten *Cs*-Glied, ein ausgesprochenes Abweichen von dem durch die Burger-Dorgelosche Intensitätsregel für diese engbenachbarten Dublettkomponenten geforderten Wert 2, und zwar im gleichen Sinne, wie die Messungen Roschdestwenskis erwarten lassen: Anstieg mit wachsender Gliednummer[3]) und Ordnungszahl. Die aus den Intensitätsmessungen folgenden f_2/f_1-Werte sind durchweg etwas größer als die nach Fermis Formel erhaltenen Werte. Wenn auch die Genauigkeit photographisch-photometrischer Messungen nicht überschätzt werden darf, so scheint es doch, daß diese systematischen Abweichungen außerhalb der Fehlergrenze liegen. Möglicherweise sind sie auf die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Ausgangsniveaus der Linien zurückzuführen, ein Einfluß, auf den kürzlich Yao[1]) aufmerksam machte. Bei der starken Komponente der Grobstruktur sind die Strahlungsübergänge zwischen einigen Hyperfeinstrukturniveaus an sich durch die Auswahlregel verboten, können jedoch durch elektrische Felder im Starkeffekt erzwungen werden, wodurch also die Gesamtübergangswahrscheinlichkeit der starken Komponente verändert, und zwar erhöht wird, d. h. also das I.-V. wird erhöht. In der Flamme könnte dieser Effekt durch molekularelektrische Felder bewirkt sein.

Nur in dem Grenzfalle „unendlich dünner" Schichtdicke bzw. verschwindender Selbstabsorption ist das beobachtete I.-V. eng benachbarter Dublettkomponenten unmittelbar identisch mit dem Verhältnis der Zahl der zugeordneten Dispersionselektronen ($\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$) bzw. der Stärken der Ersatzoszillatoren f_2/f_1, entsprechend der Proportionalität zwischen Intensität J und Zentrenzahl $\mathfrak{N}$. In vielen Fällen läßt sich die „unendlich dünne" Schicht nur schwer oder gar nicht erreichen; daher haben wir an dem Beispiel des 2. *Rb*-Gliedes, an dem uns also nach den obigen Messungen aus dem I.-V.$_w$ das Verhältnis $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1 \sim f_2/f_1$ bekannt ist, untersucht, inwieweit sich die für endliche Absorption berechneten Beziehungen zwischen Gesamtemission und der Zahl der Dispersionselektronen (Zentrenzahl), sowie die Beziehung zwischen Linienabsorption und Zentrenzahl zur Berechnung von $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ heranziehen lassen[2]). Zu diesem Zwecke wurde bei allmählicher Steigerung der Dampfdichte die Intensität beider Komponenten (J_2 und J_1) in durchweg einheitlichem, wenn auch relativem Helligkeitsmaß durch Beziehung auf eine konstant brennende Metallfadenlampe bestimmt; gleichzeitig wurde an beiden Komponenten auch die Helligkeit $\bar{J}_2$ und $\bar{J}_1$ in der durch Spiegelung verdoppelten Schicht gemessen und nach der Beziehung

$$k = \frac{\bar{J}}{J} = \frac{J + J(1 - A_L)}{J} = 2 - A_L$$

der Verlauf der Größe k bzw. der Linienabsorption A_L mit der Dampfdichte ermittelt.

Diese Messungen, die in der Leuchtgas-Preßluftflamme ausgeführt sind, ergaben zunächst, daß von einem gewissen hohen Betrag der Dampfdichte und Schichtdicke an das Helligkeitsverhältnis $J_2 : J_1$ einen Wert annimmt, der

1) D. S. Roschdestwenski, Trans. opt. Inst. Petrograd II, **13**, 1, 1921.

2) E. Fermi, Zeitschr. f. Phys. **59**, 680, 1930.

3) Jedoch ist dieser Anstieg nicht so stark wie nach den Messungen von S. Sambursky, Zeitschr. f. Phys. **49**, 734, 1928.

1) Y. T. Yao, Zeitschr. f. Phys. **77**, 307, 1932.

2) R. Ladenburg und F. Reiche, Sitzungsber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur 1912 und 1914; Ann. d. Phys. **42**, 181, 1913; W. Schütz, Zeitschr. f. Phys. **64**, 683, 1930; E. F. M. van der Held, Zeitschr. f. Phys. **70**, 508, 1931.

sich bei weiterer Steigerung der Dampfdichte nicht mehr merklich ändert. Im Mittel folgt für diesen oberen Grenzwert (o. Gr.) der Betrag 1,63, der praktisch mit der Wurzel 1,61 aus I.-V.$_w = \mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1 = 2{,}58$ übereinstimmt[1]). Nach den Berechnungen der Gesamtabsorption bzw. -emission von Ladenburg-Reiche, ergibt sich dieses Wurzelgesetz

$$\left(\frac{J_2}{J_1}\right)_{\text{o. Gr.}} = \sqrt{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_1}}$$

unter Zugrundelegung reiner Dispersionsverteilung in der Linie und bei der Annahme gleicher Dämpfungskonstanten ω' für beide Komponenten, da

$$J_{\text{o. Gr.}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 e^2}{m} \frac{\mathfrak{N} l \omega'}{n_0 c}},$$

wo l die Schichtdicke, e/m die spezifische Ladung des Elektrons, c die Lichtgeschwindigkeit und $n_0 \sim 1$ der Brechungsquotient ist. Zu dem gleichen Wurzelgesetz für große $\mathfrak{N} \cdot l$ führen aber auch die Rechnungen von Schütz und van der Held, bei denen der aus der Überlagerung von Strahlungs- bzw. Stoßdämpfung einerseits und Dopplereffekt anderseits resultierende Verlauf des Absorptionskoeffizienten $n\varkappa$ in der Linie[2]) zugrunde gelegt ist. Dagegen macht die Verschiedenheit der Linienform sich geltend sowohl in der Ausdehnung des Zentrenzahlenintervalls zwischen den beiden Grenzgesetzen als auch in der Gestalt der Emissionskurve in dem Zwischengebiet. Bei kleinem Wert des Quotienten $\frac{\omega'}{b}$, d. h. wenn die Dopplerbreite b groß gegen die Dämpfungsbreite ω' ist $\left(\text{z. B. } \frac{\omega'}{b} \leq \frac{1}{100}\right)$ ändert sich die Zentrenzahl in dem Zwischengebiet um mehrere Zehnerpotenzen, und der Wert der Gesamtemission ist über ein gewisses Gebiet fast unabhängig von der Zentrenzahl. Nähert sich dagegen der Quotient $\frac{\omega'}{b}$ dem Wert 1, so wird das Zwischengebiet immer schmäler und die Gesamtemission wächst auch in ihm monoton mit der Zentrenzahl an. Einen solchen Verlauf ergaben die Intensitätsmessungen am 2. *Rb*-Glied in der Flamme, und in dem Bereich des Zwischengebietes änderte sich die Zentrenzahl nur etwa im Verhältnis 1 : 60. Hieraus ist zu schließen, daß die Dämpfungsbreite ω' mindestens gleich der Dopplerbreite b ist. Ob ω' groß gegen b ist, läßt sich allerdings aus diesen Kriterien nicht eindeutig entnehmen, da zwischen $\frac{\omega'}{b} = 1$ und $\frac{\omega'}{b} = \infty$ keine wesentliche Änderung der Kurvenform mehr eintritt.

Nehmen wir nun als oberen Grenzfall an, daß als Folge der Zusammenstöße mit den Fremdgasmolekülen in der hochtemperierten Flamme die Stoßdämpfung überwiegend sei und reine Dispersionsverteilung vorliegt. Für eine solche ist die Linienabsorption bzw. der k-Wert als Funktion der Linienhelligkeit von Ladenburg-Reiche (l. c.) berechnet worden: Das Charakteristikum der Funktion $k = f_1(J)$ ist ein gleichmäßiger Abfall bis zu einem Grenzwert $k = 1{,}41$ bei derjenigen Helligkeit, bei der das Wurzelgesetz einsetzt. Unsere am 2. *Rb*-Glied gemessene $k = f_1(J)$-Kurve zeigt einen derartigen Verlauf; bei hohen Dampfdichten wird praktisch ein konstanter Grenzwert erreicht, aber mit dem Betrag 1,52 nicht 1,41; entsprechend ist im ganzen Verlauf der Kurve der gemessene k-Wert etwas größer als der unter Annahme von Dispersionsverteilung berechnete (vgl. Tab. II).

Tabelle II.

J	k_{ber}	k_{gem}
0,5	1,95	1,97
1,0	1,91	1,93
2,0	1,83	1,86
4,0	1,69	1,74
6,0	1,59	1,64
8,0	1,52	1,57
10,0	1,48	1,54
12,0	1,46	1,53
16,0	1,44	1,52

Wesentlich aber ist, daß die gemessene Kurve nicht das charakteristische Minimum aufweist, das zuerst von Gouy[1]) bei seinen Messungen an den D-Linien beobachtet wurde, das eine Folge der Überlagerung von Dispersions- und Dopplerverteilung in der Linie ist[2]) und um so tiefer wird, je mehr die Dopplerbreite überwiegt. Die Tiefe des Minimums bei den Gouyschen Messungen entspricht etwa dem Verhältnis $\frac{\omega'}{b} = 1$ und hätte bei der Genauigkeit unserer Messungen konstatiert werden können; also ist zu folgern, daß am 2. *Rb*-Glied $\frac{\omega'}{b}$ eher größer als 1 ist.

1) Die Steigerung konnte nur im Verhältnis von etwa 1 : 1,6 erfolgen, da von dem sehr kostbaren *Rb*-Salz nicht mehr zur Verfügung stand. Nach Betrachtungen, die in der ausführlicheren Veröffentlichung mitgeteilt werden sollen, ist der obere Grenzwert zwar praktisch, aber doch noch nicht vollkommen erreicht. Die folgenden Erörterungen werden dadurch nicht beeinflußt.

2) W. Voigt, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss., München, Mathem.-physikal. Kl. 1912; F. Reiche, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 3, 1913.

1) G. L. Gouy, Ann. de Chim. et Phys. **18**, 5, 1879; H. Senftleben, Ann. d. Phys. **47**, 949, 1915.

2) R. Ladenburg und F. Reiche, Sitzungsber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur, 24. 2. 1914; W. Schütz, Zeitschr. f. Phys. **71**, 301, 1931.

Nach dem Vorgehen von Gouy[1]) kann man nun weiterhin, lediglich unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Beerschen Gesetzes (Vertauschbarkeit von Schichtdicke und Zentrenzahl) und ohne irgendwelche Annahme über die Linienform aus der gemessenen Abhängigkeit zwischen k und der Linienhelligkeit

$$k = f_1(J),$$

die Abhängigkeit zwischen der Helligkeit J und der Zentrenzahl

$$J = f_2(\mathfrak{N})$$

und die Abhängigkeit zwischen k und der Zentrenzahl

$$k = f_3(\mathfrak{N})$$

ermitteln. Geht man in diese letzte Kurve mit den bei jeweils gleicher Dampfdichte für die beiden Komponenten gemessenen k-Werten ein, so liefert das Abszissenverhältnis den $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$-Wert. Diese in Spalte 3 der Tab. III eingetragenen $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$-Werte sind durchaus unabhängig von der Dampfdichte; ihr Mittelwert[2]) $2{,}53 \pm 0{,}18$ ist in bester Übereinstimmung mit dem direkt gemessenen I.-V.$_w$-Wert. Dagegen zeigen die Werte der letzten Spalte, die durch Eingehen mit den gemessenen k-Werten in die auf Grund reiner Dispersionsverteilung berechnete $k=f_3(\mathfrak{N})$-Kurve erhalten sind, einen deutlichen Gang, der also gleichfalls darauf hinweist, daß die Annahme reiner Dispersionsverteilung nicht streng den Tatsachen entspricht.

Tabelle III.

k_1	k_2	$\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ gem.	$\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ ber.
1,53	1,52	3,02	1,50
1,65	1,53	2,35	1,93
1,68	1,54	2,32	2,10
1,72	1,55	2,58	2,50
1,79	1,61	2,55	2,76
1,88	1,73	2,60	2,88
1,91	1,79	2,54	2,57

$(\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1)_{gem}$ bedeutet: Der gemessenen Kurve entnommen.

$(\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1)_{ber}$ bedeutet: Der berechneten Kurve entnommen.

Zu dem gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man die aus den gemessenen k-Werten abgeleitete $J = f_2(\mathfrak{N})$-Kurve mit der unter Annahme reiner Dispersionsverteilung berechneten zur Deckung zu bringen sucht. Die aus der Messung erhaltene Kurve verläuft im „Zwischengebiet" durchweg etwas **niedriger** als die berechnete, während bei merklicher Einwirkung des Dopplereffektes gerade ein **höherer** Verlauf zu erwarten ist. Trotzdem erhält man, wenn man mit den jeweils bei gleicher Dampfdichte gemessenen Helligkeitswerten der beiden Komponenten in die für die reine Dispersionsverteilung berechnete $J=f_2(\mathfrak{N})$-Kurve eingeht, aus den zugehörigen Abszissen $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$-Werte, die mit dem direkt gemessenen I.-V.$_w$-Wert sehr gut übereinstimmen. Sie sind in Tab. IV verzeichnet, in der man gleichzeitig die Abnahme des direkt gemessenen I.-V.-Wertes mit wachsender Dampfdichte verfolgen kann. Der Mittelwert[1]) beträgt 2,58.

Tabelle IV.

J_2	I.-V.	$\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$
20,96	1,65	2,58
16,60	1,71	2,62
13,64	1,78	2,58
12,54	1,82	2,58
9,92	1,91	2,57
8,84	2,00	2,65
6,72	2,09	2,55
3,47	2,21	2,49
2,50	2,34	2,58
1,57	2,42	2,55
1,09	2,60	2,58

Mittelwert: 2,57.

Dieser scheinbare Widerspruch hat seinen Grund in der Unempfindlichkeit des Verlaufs der Gesamtemissionskurve gegenüber Änderung in der Linienform. Dank dieser Unempfindlichkeit wird man also in Fällen, wo die „unendlich dünne" Schicht sich nicht erreichen läßt, und man zumindest mit einer der Dopplerbreite gleichen, wenn nicht größeren Dämpfungsbreite rechnen kann, die für reine Dispersionsverteilung berechnete Gesamtemissionskurve zur Ermittlung des $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$-Wertes heranziehen können.

Bei der Temperatur $T = 2176°$ abs. der Leuchtgas-Preßluftflamme, in der diese Versuche ausgeführt wurden, ergibt sich die Dopplerbreite b zu $8{,}08 \cdot 10^9\,\mathrm{sec}^{-1}$. Nimmt man $\frac{\omega'}{b} = 1$ als unteren Grenzwert an, so folgt hieraus für die Dämpfungsbreite ω' der gleiche Wert. Führt man nun die Dämpfungsbreite allein auf die Stöße der Rb-Atome mit den unter Atmosphärendruck stehenden Fremdgasatomen in der Flamme zurück, und verwendet man[2]) für den „Radius"

1) Gouy, l. c. und H. Jakob, l. c.

2) Dieser Mittelwert ist aus allen vorliegenden Messungen gebildet; die Tabelle enthält nur einen Teil derselben.

1) Vgl. Anmerkung 2, Spalte links.

2) Diese Berechnung entspricht dem Vorgehen von W. Schütz, Zeitschr. f. Phys. **45**, 30, 1927, im Falle der D-Linien des Natriums; der Fehler, der dadurch entsteht, daß wir für den Durchmesser der zweittiefsten P-Bahn des Rb den gleichen Wert benutzen, den Thomas (Zeitschr. f. Phys. **24**, 169, 1924) für die entsprechende Bahn des Na berechnet, dürfte gering sein.

des *Rb* im 6^2 *P*-Zustand den Wert $9{,}2 \cdot 10^{-8}$ cm, der von Thomas für den entsprechenden Zustand des *Na* berechnet wurde, so ergibt sich für sie der Wert $\omega'_{St} = 18{,}2 \cdot 10^9$ sec^{-1} (Stoßbreite). Der „optische Stoßfaktor" $\frac{\omega'}{\omega'_{St}}$ würde also 0,42 betragen, d. h. kleiner als 1 sein, ein Resultat, das den Voraussetzungen der Berechnung der Stoßbreite widerspricht; i. a. wurde er bei Versuchen an Alkalien etwas größer als 1 gefunden[1]). Es ist also auch hieraus zu folgern, daß die Dämpfungsbreite größer als die Dopplerbreite ist.

Bei der z. B. aus $\frac{\omega'}{b} = 10$ folgenden Dämpfungsbreite sind die Hyperfeinstrukturkomponenten der beiden *Rb*-Linien nahezu verschmolzen, doch macht sich die Hyperfeinstruktur entsprechend dem bekannten Aufspaltungsbild[2]) in einer asymmetrischen Intensitätsverteilung geltend. Möglicherweise ist diese Asymmetrie die Ursache für die angegebene Abweichung der gemessenen Linienabsorptions- und Gesamtemissionskurve von der unter Zugrundelegung reiner Dispersionsverteilung berechneten; doch bedarf dies noch näherer Untersuchung. Rein qualitativ läßt sich zunächst folgendes aussagen: Der gemessene *k*-Wert resultiert aus der Überlagerung der Linienabsorption in allen Hyperfeinstrukturkomponenten. Ihren verschiedenen Intensitäten entsprechen bei gleicher Dampfdichte verschiedene $\mathfrak{N}$-Werte. Während sich also z. B. bei einem bestimmten Dampfdruck der *k*-Wert der stärksten Komponente schon der Grenze 1,41 näherte, ist er bei den schwächeren Komponenten noch größer, so daß der beobachtete, d. h. resultierende *k*-Wert größer als 1,41 ist. Die Dampfdichte, bei der auch die schwachen Komponenten in das Gebiet des Wurzelgesetzes kommen, ließ sich noch nicht erreichen. — Mit einer Asymmetrie durch Koppelungsverbreiterung dürfte bei der sehr geringen Zahl der *Rb*-Atome im Vergleich zu der Zahl der Fremdgasatome kaum zu rechnen sein.

1) Vgl. z. B. die Zusammenstellungen bei L. S. Ornstein und E. F. M. van der Held, Zeitschr. f. Phys. **77**, 459, 1932, sowie bei V. Weißkopf, Physik. Zeitschr. **34**, 1, 1933.

2) D. A. Jackson, Nature **128**, 34, 1931; H. Kopfermann, Naturw. **21**, 24, 1933.

Johannes Jaumann (Breslau), Eine neue Methode zur Bestimmung der Elektrostriktion von Gasen.

Die bisherigen Methoden zur Bestimmung der Elektrostriktion von Gasen in einem statischen elektrischen Felde mit hochempfindlichen Manometern erfordern während der Dauer des Meßvorganges eine Temperaturkonstanz von 10^{-6} bis 10^{-9} Celsiusgrade, wenn 1 Proz. Genauigkeit erreicht werden soll. Die neueren Messungen zeigen, daß diese auch nicht annähernd erreicht werden kann, um so mehr, als minimale Sprüherscheinungen und Isolationsfehler Erwärmungen bedingen können, welche während der Dauer der Messung das zulässige Maß weit überschreiten.

Bei der vorliegenden Methode werden die fallweise hochkomprimierten Gase in einem starkwandigen Zylinderkondensator einem elektrischen Wechselfelde von 50–700 Hz ausgesetzt und die entstehenden Druckschwankungen mit einem Kompensationsmikrophon gemessen, dessen Membran das Gasvolumen des Kondensators an einem feldfreien Ort abschließt. Die Messung der Druckamplituden, welche von der Größenordnung der Hörschwelle bei 2000 Hz sind, erfolgt demnach nach einer Nullmethode (Verstärker, Vibrationsgalvanometer), bei der die Membran in Ruhe, das eingeschlossene Volumen vollkommen konstant bleibt. Die Drucksteigerung (bis 35 Atm.) erlaubt die Anwendung proportional höherer Feldstärken und bewirkt somit wegen der Dichtesteigerung eine Erhöhung des Effektes mit der dritten Potenz des Druckes und eine entsprechend höhere Meßgenauigkeit.

Trotzdem für die Temperaturkonstanz keine Vorsorge getroffen war, waren die Messungen mit einem Fehler von weniger als 1 Proz. reproduzierbar. Bei 50 Hz konnte, auch bei Atmosphärendruck, bis 75 Proz. der Durchschlagsfeldstärke, bei 700 Hz bis einige 90 Proz. störungsfrei und ohne Andeutung von Anomalien gemessen werden, während bei früheren Autoren höchstens 50 Proz. erreicht werden konnten.

Die von Herrn Stipa ausgeführten Messungen ergaben bei den Gasen *He*, H_2, N_2, O_2, CO_2 und SO_2 bei Zimmertemperatur (im Gegensatz zu den Messungen von Kliefoth) absolute Proportionalität des Effektes mit dem Quadrat der Feldstärke. Die Druckabhängigkeit des Effektes zeigt jedoch nur bei H_2 und *He* Proportionalität mit der Dichte, bei allen übrigen Gasen bei hohen Drucken ein rascheres Anwachsen, etwa nach einem quadratischen Zusatzglied. Dieses kann nur durch einen außerhalb der Voraussetzungen der normalen thermodynamischen Ableitungen gelegenen Vorgang erklärt werden, weil die Erfüllung der Clausius-Masottischen Gleichung für hohe Drucke erwiesen ist. Die Feldabhängigkeit dieses Zusatzgliedes ist rein quadratisch, wie aus den oben erwähnten Befunden folgt.

K. Scharf und O. Weinbaum (Dresden), Über das Verhalten von Sperrschicht-Photozellen bei Belichtung mit Röntgenstrahlen[1]).

Quantitative Untersuchungen haben ergeben, daß Sperrschicht-Photozellen bei Belichtung mit Röntgenstrahlen dasselbe Verhalten zeigen wie bei sichtbarem Licht bei kleinen Beleuchtungsstärken: Photo-EMK. und Photostrom sind proportional der gesamten auf die Zelle auffallenden Strahlungsenergie, also proportional der Intensität der Röntgenstrahlung und der Größe der belichteten Fläche.

Der beobachtete Photoeffekt ist von derselben Größenordnung wie im sichtbaren Gebiet: bei Belichtung mit einer Röntgenstrahlung, deren Halbwertschicht 0,03 mm *Cu* betrug (ungefilterte Strahlung einer Wolfram-Antikathode bei 80 kV), war die bei einem äußeren Widerstand von 300 Ohm und einer belichteten Fläche von 1 cm² gemessene Photostromstärke etwa 7×10^{-8} Amp. bei der Cu_2O-Vorderwandzelle von Siemens und $2{,}5 \times 10^{-7}$ Amp. für die Bergmann-Selenzelle. Die Energie der einfallenden Röntgenstrahlung war hierbei etwa 200 Erg/sec cm², was einer Dosisleistung von 1 „Röntgen"/sec entspricht. Für die Cu_2O-Zelle ergibt sich demnach eine Stromausbeute von etwa 0,015 Coul./Cal, bezogen auf einfallende Energie.

Der Absorptionskoeffizient des Cu_2O für die hier betrachtete Röntgenstrahlung beträgt rund $140\ \text{cm}^{-1}$, liegt also in der Größenordnung des bereits lichtelektrisch wirksamen sichtbaren Lichtes. Die wirksame sichtbare Strahlung ist fast ebenso durchdringend wie Röntgenstrahlung, da der lichtelektrisch wirksame sichtbare Spektralbereich, ebenso wie es für den inneren lichtelektrischen Effekt der Fall ist, in der Nähe der Absorptionskante, also im Gebiet schwacher Absorption liegt. Nach den von Schottky mitgeteilten Messungen von Waibel[2]) ist aber die Stromausbeute für sichtbare Strahlung, deren Absorptionskoeffizient $140\ \text{cm}^{-1}$ beträgt, ebenso groß, wie sie sich für die hier betrachtete Röntgenstrahlung ergibt. Bei gleicher absorbierter Energie sind die beobachteten Photoströme gleich groß. Dies bedeutet, daß wie bei allen röntgen-photoelektrischen Erscheinungen hauptsächlich die Sekundärelektronen für den hier beobachteten Effekt in Betracht kommen, der bei verschiedenen Strahlenqualitäten nicht der Anzahl der absorbierten Lichtquanten, sondern der absorbierten Energie proportional anzunehmen ist.

1) Die ausführliche Arbeit ist inzwischen erschienen in der Zeitschr. f. Phys. **80**, 465, 1933.

2) W. Schottky, Physik. Zeitschr. **32**, 833, 1931.

Die Untersuchung der spektralen Abhängigkeit ergibt mit abnehmender Strahlenhärte ein Anwachsen der Photo-EMK., die qualitativ denselben Verlauf zeigt wie der Absorptionskoeffizient. Will man daher die Annahme aufrechterhalten, daß die Photo-EMK. proportional der absorbierten Energie ist, so muß man sehr kleine wirksame, absorbierende Schichtdicken voraussetzen von der Größenordnung, wie sie im sichtbaren Gebiet angenommen werden (10^{-5} cm). Daß trotz der großen Energie der primär ausgelösten Elektronen sich nur geringe wirksame Schichtdicken ergeben, könnte vielleicht damit erklärt werden, daß die einzelnen Sekundärelektronen, die hauptsächlich zu berücksichtigen sind, nur geringe Energie besitzen. Andererseits könnte dieser Befund auch prinzipielle Bedeutung haben für die Erklärung des sogenannten „Vorderwandeffektes".

Kupferoxydul- und Selensperrschichtzellen zeigen dieselben Gesetzmäßigkeiten, wenn man bei den Selenzellen die „Einsatzwerte", das sind die zu Beginn der Belichtung auftretenden Werte der Photo-EMK. und Photostromstärke, berücksichtigt, da Selensperrschicht-Photozellen bei Belichtung mit Röntgenstrahlen ausgeprägte Ermüdungserscheinungen zeigen.

Bei Belichtung eines natürlichen Cupritkristalls mit Röntgenstrahlen konnte galvanometrisch auch der Dember-Effekt (Kristallphotoeffekt)[1]) beobachtet werden. Infolge des großen Widerstandes des Kristalls war der beobachtete Photostrom jedoch sehr klein, so daß bei der Empfindlichkeit der benützten Anordnung quantitative Aussagen mit Sicherheit nicht gemacht werden konnten.

1) H. Dember, Physik. Zeitschr. **32**, 554, 1931.

Dresden, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

Horst Teichmann (Dresden), Ein Beitrag zur Theorie des Kristallphotoeffektes.

Im Anschluß an das quantenmechanische Modell eines Halbleiters, das A. H. Wilson[1]) entwickelte, wird das Auftreten einer selbständigen photoelektrischen Spannung bei der Belichtung von Halbleiter-Einkristallen erklärt. Für den statischen Zustand errechnet sich die auftretende Spannung V in ihrer Abhängigkeit von der Belichtung I zu:

$$V = \frac{kT}{\varepsilon} \ln\left(1 + C I^{\frac{3}{2}}\right).$$

1) A. H. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **133**, 458, 1931 und **134**, 277, 1931.

worin k die Boltzmannsche Konstante, ε den absoluten Wert der Elementarladung, T die absolute Temperatur und C einen von I und T unabhängigen Faktor bedeuten. Eine ausführliche Darstellung der Theorie erschien inzwischen in den Proc. Roy. Soc. London (A) **139**, 105, 1933. Die prinzipiellen Grundgedanken sind auch in der Zeitschr. f. Phys. **78**, 21, 1932, wiedergegeben. Darüber hinausgehend werden die Schwierigkeiten für die Erklärung des dynamischen Zustandes — des Auftretens eines lichtelektrischen Stromes — erörtert und als eventuelle Ursachen der Einfluß einer Diffusionsströmung in Richtung des Elektronenkonzentrationsgefälles, des Lichtdruckes und von Oberflächenschichten diskutiert.

Dresden, Januar 1933, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

G. Barth und H. Dember[1]) (Dresden), Über die Temperaturabhängigkeit des Kristallphotoeffektes.

Versuche an klarer Zinkblende[2]) ließen den großen Einfluß der Temperatur auf den Kristallphotoeffekt erkennen und führten dazu, die folgenden Untersuchungen über die Temperaturabhängigkeit der Kristallphotospannung an Cu_2O-Einkristallen unter Verwendung spektral zerlegten Lichtes vorzunehmen.

Das Licht einer elektrischen Glühlampe wurde durch einen Doppelmonochromator zerlegt und fiel auf eine planparallele Platte, die aus einem natürlichen Cu_2O-Kristall (Cuprit) geschnitten war. Die Platte saß federnd zwischen zwei Metallkontakten in einer Zelle, die zur Variation der Temperatur entweder in einen elektrischen Ofen oder in flüssige Luft getaucht werden konnte. Zur Messung des Effektes diente ein Röhrengalvanometer. Es war dafür Sorge getragen, daß die Spannung am Kristall, die durch den Gitterstrom selbst hervorgerufen wurde, nie mehr als 10^{-4} Volt betrug.

Abhängigkeit des Kristallphotoeffektes von der Wellenlänge des Lichtes.

Fig. 1 gibt die Abhängigkeit von Photospannung und Photostrom von der Wellenlänge des erregenden Lichtes wieder. Als Untersuchungsmaterial diente ein vollkommen klarer rubinroter Kristall aus Tsumeb (Otavi). Beide Kurven sind fast symmetrisch. Sie zeigen ein sehr scharf ausgebildetes Maximum bei 620 mμ, die

1) Eine ausführliche Veröffentlichung erscheint später.

2) H. Dember, Naturw. **20**, 758, 1932.

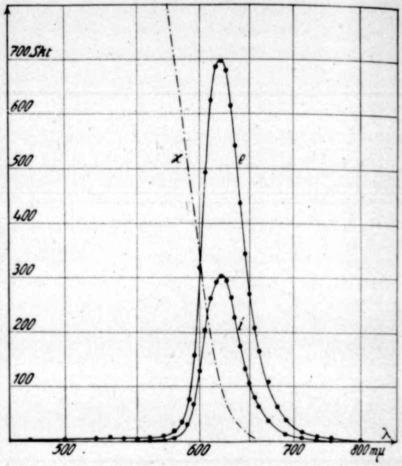


Fig. 1. Photostrom und Photospannung in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes, auf ein energiegleiches Spektrum bezogen. Vollkommen klarer, rubinroter Kristall aus Tsumeb, belichtete Fläche 40 qmm, Dicke der Platte 2,5 mm.

e = Photospannung, 1 Skt. = $1,29 \cdot 10^{-4}$ Volt
i = Kurzschlußstrom, 1 Skt. = $8,91 \cdot 10^{-12}$ Amp.
$\varkappa$ = Optischer Absorptionskoeffizient.

Halbwertsbreite beträgt ungefähr 40 mμ. Das Maximum des Effektes liegt, wie ein Vergleich mit der Kurve des optischen Absorptionskoeffizienten zeigt, nicht im Gebiet starker Absorption, sondern im langwelligen Ausläufer des Absorptionsgebietes, an der Absorptionskante. Durch dieses Verhalten zeigt sich die nahe Verwandtschaft zwischen Kristallphotoeffekt und innerem lichtelektrischen Effekt. Beim inneren lichtelektrischen Effekt kennt man dieses Verhalten als typisch für die Gruppe der „idiochromatischen" Kristalle. Es ist daher zu erwarten, daß auch für den Kristallphotoeffekt für alle Kristalle dieser Gruppe, die Kurvenform der Fig. 1 und ihre Lage zur Absorptionskurve charakteristisch sein wird.

Ein etwas anderes Verhalten zeigt ein weniger klarer, aber immer noch gut durchscheinender Cu_2O-Kristall aus Chessy (Frankreich). In der Fig. 2 zeigt sich zunächst wieder die typische Kurvenform und ihre Lage zur Absorptionskante. Neu kommt hinzu, daß im kurzwelligen Ausläufer des Maximums der Effekt sein Vorzeichen umkehrt. Während in dem Spektralgebiet rechts von A die Elektronen im Kristall in Richtung des fortschreitenden Lichtes fließen, wandern sie im Gebiet links von A dem Licht entgegen. Vielleicht bietet diese Beobachtung die Möglichkeit, das

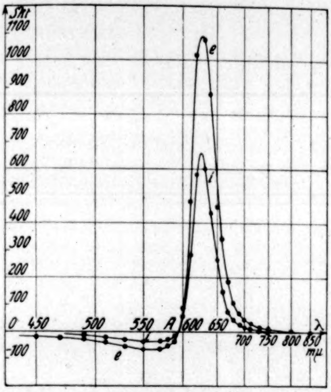


Fig. 2. Photospannung und Photostrom in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes, auf ein energiegleiches Spektrum bezogen. Gut durchscheinender Kristall aus Chessy, belichtete Fläche 40 qmm, Dicke der Platte 4,5 mm.

e = Photospannung, 1 Skt. = $2{,}27 \cdot 10^{-5}$ Volt.
i = Kurzschlußstrom, 1 Skt. = $7{,}40 \cdot 10^{-13}$ Amp.

verschiedene Verhalten der verschiedenen Kristalle im Bezug auf die Stromrichtung zu erklären. Bei Bestrahlung mit weißem Licht zeigen durchsichtige und durchscheinende Kristalle eine Stromrichtung, die sich aus einer Wanderung der Elektronen im Kristall in Richtung des fortschreitenden Lichtes erklären läßt. Undurchsichtige Materialien, unter ihnen auch kristallines Cu_2O, zeigen vielfach dagegen die entgegengesetzte Stromrichtung.

Abhängigkeit der Photospannung von der Temperatur.

Die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Photospannung wurde an dem klaren Tsumeb-Kristall ausgeführt. Das Ergebnis zeigt die Fig. 3. Die Zahlen bei den einzelnen Kurven geben die jeweilige Temperatur des Kristalls an. Es zeigen sich zwei Erscheinungen:

1. Mit abnehmender Temperatur steigt die Photospannung sehr rasch an. Einer Temperaturdifferenz von $+60°$ auf $-58°$ entspricht z. B. eine Änderung des Höchstwertes der Spannung von 10 Skt. auf fast 1100 Skt., e_{Max} ist über 100 mal größer geworden.

2. Mit abnehmender Temperatur verschiebt sich das Maximum nach kürzeren Wellen zu. Bei $+60°$ liegt es z. B. etwas über 630 mμ, bei $-58°$ bei ungefähr 602 mμ.

Noch deutlicher zeigen sich beide Ergebnisse, wenn man die Maxima dieser Kurven, oder noch besser, da der Effekt sehr rasch ansteigt,

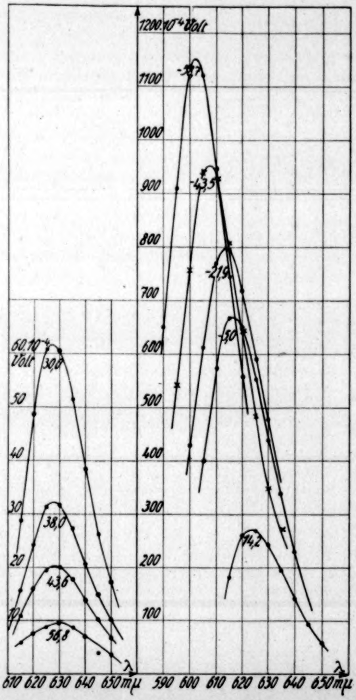


Fig. 3. Abhängigkeit der Photospannung von der Temperatur. Die Zahlen bei den Höchstwerten der Kurven geben die Temperaturen des Kristalls an.

die Logarithmen der Maxima und die zugehörigen Wellenlängen über der Temperatur aufträgt. Das Ergebnis zeigt Fig. 4. Von $+67°$

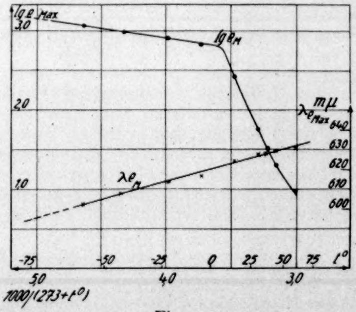


Fig. 4.

bis etwa + 10° liegen die Logarithmen der Spannungsmaxima auf einer Geraden, die Maximalspannungen steigen mit abnehmender Temperatur nach einer e-Funktion. Zwischen + 10° und 0° scheint eine Umwandlung zu liegen, die reversibel ist, weil wiederholte Messungen am Kristall zu gleichen Ergebnissen führten. Von 0° an steigt der Effekt wiederum nach einer e-Funktion an, der Anstieg erfolgt aber nicht mehr so rasch.

Die Abhängigkeit der Wellenlängen, bei denen die Maxima auftreten, von der Temperatur ist noch einfacher. Sie läßt sich durch die Gleichung

$$\lambda_{\text{Max}} = 687 - 18{,}3 \frac{1000}{273 + t^{\circ}}$$

(λ_{Max} dabei in mμ ausgedrückt)

darstellen.

Die Verschiebung des Maximums mit der Temperatur erklärt sich daraus, daß das Maximum, wie Fig. 1 und 2 zeigen, an die langwellige Absorptionskante gebunden ist, die sich mit abnehmender Temperatur nach kürzeren Wellen zu verschiebt.[1])

Nach mehrmaligen Untersuchungen und den damit verbundenen starken Temperaturänderungen änderte der Kristall sein Verhalten. Neben dem Hauptmaximum, Fig. 5, zeigt sich noch ein etwas kurzwelligeres Maximum. Mit abnehmender Temperatur wachsen beide Maxima und verschieben sich nach kleineren Wellenlängen zu. Dabei erfolgt der Anstieg des Hauptmaximums viel rascher als der des Nebenmaximums, das deshalb bei tieferen Temperaturen immer mehr an Bedeutung verliert. Zwischen — 60° und — 80° ändert sich die spektrale Abhängigkeit der Photospannung vollständig[2]). Die Selektivität des Kristalls ist verschwunden, mit abnehmender Wellenlänge steigt die Photospannung nahezu geradlinig an.

Nach tiefen Temperaturen zu werden die Messungen durch das Anwachsen des Kristallwiderstandes begrenzt. Bei unseren Versuchen betrug diese Grenze ungefähr — 110°, bei einem Kristallwiderstand von etwa 10^{11} Ohm.

Das verschiedene Verhalten der hochisolierenden Zinkblende und des halbleitenden Kupferoxyduls bei variabler Temperatur findet darin eine Erklärung, daß neben der Zahl der Elektronen, die für den Aufbau einer photoelektromotorischen Kraft notwendig ist, auch die Beweglichkeit der Elektronen eine Rolle spielt. Bei der elektronenarmen Zinkblende wird durch die Temperaturerhöhung die Zahl der Elektronen vermehrt und dadurch die Meßbarkeit der photoelektromotorischen Kraft ermöglicht. Beim elektronenreichen Kupferoxydulkristall wird durch eine Temperaturerhöhung und dadurch bewirkte stärkere thermische Bewegung der Atome im

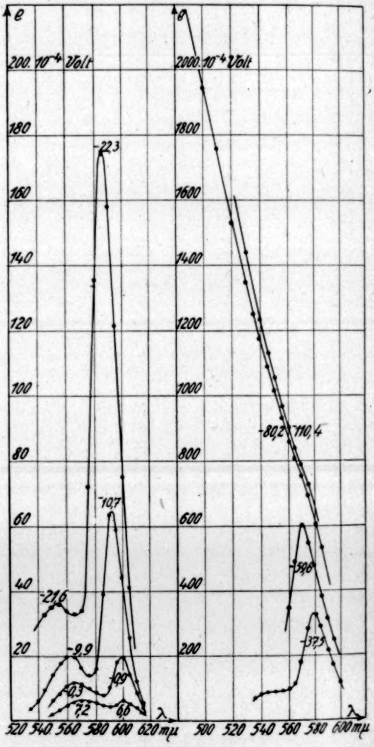


Fig. 5.

Kristall die Beweglichkeit der Elektronen vermindert, während der Elektronenzuwachs gegen die vorhandene Zahl nicht in Betracht kommt. Wird die Temperatur stark erniedrigt, so steigt zwar im Cu_2O die Beweglichkeit der Elektronen an, aber gleichzeitig nimmt die Zahl der thermisch gelockerten Elektronen so stark ab, daß sich Cu_2O bei tiefen Temperaturen ebenso verhält wie hochisolierende klare Zinkblende bei Zimmertemperatur.

Dresden, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Januar 1933.

1) B. Gudden und G. Mönch, Naturw. **19**, 361, 1931.

2) Bei den vorhergehenden Messungen verhielt sich der Kristall bis zur tiefsten Temperatur von — 110° normal, entsprechend den Fig. 3 und 4.

G. Haft (Jena), Lichtausbeutemessungen im Natriumspektrum.

Bei allen Gasentladungen spielt eine Größe eine wichtige Rolle, die man als die Anregungsfunktion (A. F.) einer Spektrallinie bezeichnet. Darunter versteht man bekanntlich die Intensität der Linie als Funktion der beschleunigenden Spannung der Elektronen aufgetragen. Es erscheint wünschenswert, sie für viele Gase bzw. Dämpfe zu kennen. Bisher ist sie fast nur von den Linien der Edelgase und den Elementen der zweiten Spalte des periodischen Systems gemessen worden. Dabei sind charakteristische Unterschiede zwischen den Singulett- und Triplettlinien gefunden worden und weiterhin als wichtiges Resultat, daß die Gestalt der A. F. durch den oberen Term bestimmt wird[1]. Es fragte sich, ob ähnliche Gesetze auch für die Linien eines Dublett-Termsystems gelten. Deshalb wurden auf Anregung von Herrn Prof. Hanle in Jena die A. F. von Natriumlinien bestimmt.

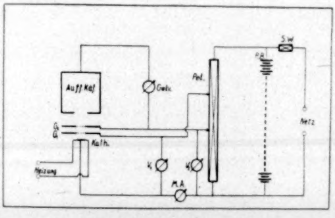


Fig. 1. Schaltschema.

Die Messungen erfolgten nach der im Jenaer Institut üblichen Elektronenstoßmethode mit Doppelfeld.

Eine Oxydkathode lieferte die Elektronen. Diese wurden erst beschleunigt, dann auf die gewünschte Geschwindigkeit abgebremst und schließlich im Faradaykäfig aufgefangen. Das im feldfreien Raum zwischen G_2 und Käfig erzeugte Stoßleuchten wurde vermittels eines Spektrographen photographiert. Die Aufnahmen wurden photometriert und danach die A. F. gezeichnet, für die Abb. 2, welche die A. F. der *D*-Linien darstellt, ein Beispiel gibt. Die Abszisse gibt die Voltgeschwindigkeit der stoßenden Elektronen an, auf der Ordinate ist die Intensität der Linie abgetragen. Der Einsatz erfolgt bei der Anregungsspannung. Die Intensität steigt bis zu einem Maximum an und fällt nach höheren Spannungen zu wieder ab.

1) Siehe z. B. W. Hanle und K. Larché, Die Lichtausbeute bei Stoßanregung, Ergeb. d. exakt. Naturw. X, 285, 1931.

Aus bekannten Gründen ist die Geschwindigkeit der Elektronen nicht streng einheitlich, sondern es liegt stets eine Verteilung über einen gewissen Geschwindigkeitsbereich vor. Diese hat eine Breite von etwa 2 Volt. Deshalb ist in der Literatur öfters die Frage diskutiert worden, ob die in Abb. 2 wiedergegebene Form der A. F. reell ist. Es wurde vermutet, daß die wahre A. F. spitze und schmale Maxima bei der Anregungsspannung

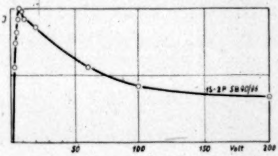


Fig. 2. Anregungsfunktion der *D*-Linien.

besitzt[1]) und dann wieder auf Null zurückgeht und daß die wahre Gestalt durch die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen überdeckt wird, sodaß man aus der gemessenen Kurve durch Korrektion mit der Geschwindigkeitsverteilung die wahre A. F. errechnen muß. Um darüber eine Entscheidung zu treffen, wurde eine neue Mothode ausgebildet. Wir versuchten die Geschwindigkeitsverteilung möglichst klein zu machen, indem wir senkrecht zum Elektronenstrahl ein Magnetfeld wirken ließen, welches diesen zu einem Halbkreis umbog. Die Homogenisierung gelang durch einige Blenden, die in den Strahlengang eingeführt wurden. Auf diese Art gelang es, die Breite der Geschwindigkeitsverteilung auf etwa drei bis vier Zehntel Volt herabzusetzen. In Fig. 3 ist diese Methode schematisch wiedergegeben. Der Drahtring *R* diente zur Erzeugung des Magnetfeldes[2]). Der gestrichelte Halbkreis soll den Elektronenstrahl andeuten. Die Zuführung vom Spannungsteiler zum zweiten Gitter erfolgte über ein

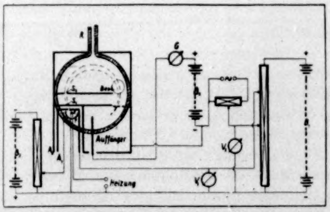


Fig. 3. Magnetische Ablenkung.

1) W. C. Michels, Phys. Rev. 36, 1362, 1930; 38, 712, 1931.

2) Bei den Untersuchungen in *He* und *Hg* wurden zwei größere Spulen außerhalb des Rohres benutzt, was bei *Na* wegen des Ofens, in dem sich das Rohr befand, nicht möglich war.

weiteres Potentiometer, an das eine Wechselspannung gelegt werden konnte, wodurch die zweite Spannung periodisch um gleiche Beträge vergrößert und verkleinert wurde. Beobachtete man ohne Wechselspannung ein schmales Stoßleuchten, so trat nach Einschalten des Wechselfeldes eine Verbreiterung auf. Die Beobachtungen wurden außerdem noch in *He* und *Hg* durchgeführt, wobei das gleiche Resultat erhalten wurde. Dieses Ergebnis spricht in eindeutiger

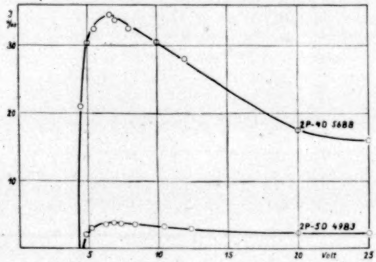


Fig. 4.

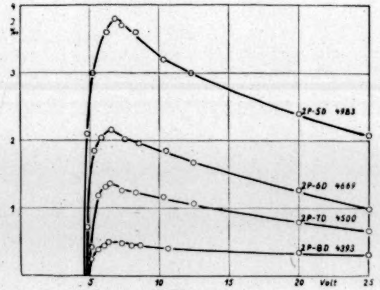


Fig. 5.

Fig. 4 und 5. Anregungsfunktionen der $2P-mD$-Kombinationen.

Weise für eine endliche Breite des A. F.-Maximums, denn bei unendlich schmalem Maximum müßte das Stoßleuchten auch nach Anlegen der Wechselspannung unverändert schmal bleiben und am ursprünglichen Ort liegen.

Diese hier qualitativ durchgeführten Versuche beweisen also die Brauchbarkeit der Hanleschen Doppelfeldmethode. Die im Folgenden beschriebenen Resultate sind mit der ursprünglichen Anordnung gewonnen worden.

Die Fig. 4 bis 7 geben die A. F. der Nebenserien wieder. Alle Kurven weisen nur ein Maximum auf. Auch hier wird die Gestalt der A. F. durch den oberen Term bedingt und damit die früher gefundenen Ergebnisse an *Hg*, *He* usw. bestätigt. Die $2P-mD$-Kombinationen haben ein breiteres Maximum als die $2P-mS$-Kombinationen. Außerdem sieht man, daß mit wachsender Gliednummer das Maximum schmäler wird. Das dürfte darin seine Ursache haben, daß die Wahrscheinlichkeit der Termauffüllung durch Kaskadensprünge nach den höheren Termen hin abnimmt, wodurch die Verwaschung geringer wird.

Die Ordinaten der Kurven sind untereinander vergleichbar. Die Intensitätsverhältnisse wurden in der üblichen Weise mittels eines Stufenfilters und einer geeichten Kohlebogenlampe gewonnen. Die Intensität ist in Proz. der gaskinetischen Stöße angegeben, jedoch ist nur die Größen-

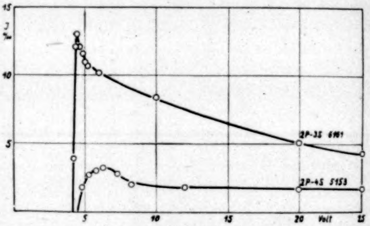


Fig. 6.

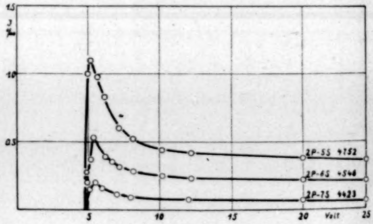


Fig. 7.

Fig. 6 und 7. Anregungsfunktionen der $2P-mS$-Kombinationen.

ordnung dieser Werte sicher, da sie indirekt durch Anschluß der vorliegenden Messungen an eine Arbeit von Thieme[1]) über das Heliumspektrum gewonnen wurden. Eine direkte Ausbeutestimmung nach einer photoelektrischen Methode ist im hiesigen Institut im Gange.

1) O. Thieme, ZS. f. Ph. **78**, 412, 1932.

W. Steubing und L. Kaßner (Breslau), Präzisionsmessungen am Starkeffekt des Wasserstoffs.

Während man die Anzahl der Komponenten und ihr Intensitätsverhältnis seit der Entdeckung des Starkeffekts wiederholt experimentell bestimmt hatte, lag bis zum Abschluß dieser Arbeit über den Aufspaltungsfaktor nur eine einzige Untersuchung von Johannes Stark vor, die einen Wert von $6,8 \cdot 10^{-5}$ (cm^{-1}) ergab. Demzufolge erschien eine Neubestimmung des Aufspaltungsfaktors beim Starkeffekt des Wasserstoffs wünschenswert.

Hierbei wurden die experimentellen Bedingungen in folgenden Punkten wesentlich verbessert: Größe der Dispersion, Konstanthaltung und Messung der Feldstärke. Die Untersuchung erstreckte sich auf die Hauptkomponenten der Balmerlinien H_β bis H_δ bei Feldstärken von 50000 bis 100000 V/cm.

Trotz der großen Genauigkeit der Versuchsbedingungen (Gesamtfehler < 1 Proz.!) streuen die experimentellen Werte um mehr als 2 Proz. um den Mittelwert. Diese Ungenauigkeit beruht nicht auf Versuchsfehlern, sondern hängt mit einer bisher theoretisch noch nicht geklärten Erscheinung zusammen, die zuerst von W. Steubing gefunden wurde: Aufspaltungsgröße, Komponentenschärfe und eine ungleiche Rotverschiebung des Aufspaltungsbildes stehen in engem Zusammenhange. Im Mittel ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert: Für H_β: $6,44 \cdot 10^{-5}$ (cm^{-1}) und für H_γ: $6,45 \cdot 10^{-5}$ (cm^{-1}).

Die ausführliche Veröffentlichung befindet sich z. Zt. im Druck bei der „Zeitschrift für Physik".

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung von Luft, Argon und Chlorwasserstoff.

Von J. R. Partington.

Viskositätsmessungen von Luft bei hohen Temperaturen, die in meinem Institut von Williams[1]) ausgeführt wurden, zeigten eine merkliche Abweichung von der Sutherlandschen Formel:

$$\frac{T^{3/2}}{\eta} = k(T + C) \tag{1}$$

(η = Viskosität, T = absolute Temperatur, k und C Konstanten). Spätere Experimente von Shilling und Laxton[2]), ebenfalls in meinem Laboratorium nach der gleichen Methode wie von Williams ausgeführt (Strömung des Gases durch eine Spiralkapillare), ergaben starke Abweichungen von den Ergebnissen der Williamsschen Messungen; sie zeigten eine gute Annäherung an die Sutherlandsche Formel (1) in einem weiten Temperaturgebiet. Shilling und Laxton stellten ihre Resultate dar durch die Gleichung:

$$\frac{T^{3/2}}{\eta} \cdot 10^{-7} = 2,655 + 0,00695\,t - 0,0_6 23 \cdot t^2, \tag{2}$$

wo t in °C. Daraus berechnet man für C in (1) Werte, die von 109 bei 0°C bis 169 bei 1000°C wachsen. Diese Inkonstanz ist wahrscheinlich nur eine vorgetäuschte, die zum Teil der speziellen Darstellungsweise der Resultate durch die Autoren zuzuschreiben ist und zum Teil einem Effekt, der bei tiefen Temperaturen durch den Gebrauch einer Spiralkapillare verursacht wird, und dessen Existenz Shilling und Laxton nicht beachtet hatten. In ihren Berechnungen trugen sie zuerst den gemessenen Wert von η gegen T auf, wobei sie ihre Kurve an den Millikanschen Wert bei 23°C anschlossen, den sie als Standardwert benutzten; dann lasen sie aus dieser Kurve die Werte von η für jede 50° ab und berechneten damit die Werte von $\frac{T^{3/2}}{\eta}$. Die entsprechende Kurve zeigte dann eine leichte Krümmung. Man muß aber beachten, daß bei der Anpassung der Kurve an den Millikanschen Wert bei 23°C ein Fehler hereinkommen kann, der einer besonderen Art von Strömen bei tiefer Temperatur zuzuschreiben ist, und auf den wir weiter unten nochmals zurückkommen werden. Wenn man die von Shilling und Laxton direkt gefundenen Werte für die Sutherland-Kurve benützt, was sicher das bessere Verfahren bedeutet, so liegen diese Werte mit Ausnahme der zwei höchsten Temperaturen, 828° C und 847° C mit sehr großer Annäherung auf einer geraden Linie, die zu einem Wert für C von 123,4 führt. Obwohl dieser letztere Wert in Übereinstimmung ist mit anderen Meßergebnissen bei hohen Temperaturen[1]),

1) Proc. Roy. Soc. A **110**, 141, 1926.
2) Phil. Mag. **10**, 731, 1930.

1) Fisher, Phys. Rev. **28**, 73, 1909; Braune, Basch und Wentzel, Zeitschr. f. Phys. Chem. **137**, 447, 1928.

so erscheint er uns doch auf Grund der Resultate der vorliegenden Arbeit und einer kritischen Durchsicht aller früheren Messungen, die als wahrscheinlichsten Wert 118 ergeben, etwas zu hoch.

Die Experimente, über die nun berichtet werden soll, wurden in meinem Laboratorium von Dr. N. L. Anfilogoff[1]) ausgeführt. Die Apparatur war im wesentlichen die gleiche wie bei Shilling und Laxton; nur die Temperaturkontrolle des Ofens wurde durch Verwendung von Barrettern erleichtert. Die gleichmäßige Temperaturverteilung in dem Teil des Ofens, der die Quarzspiralkapillare enthielt, wurde durch getrennte Thermoelemente nachgewiesen, wobei das Hauptthermoelement sorgfältig bei verschiedenen Temperaturen geeicht wurde. Die Temperaturmessungen scheinen uns daher zuverlässig zu sein. In 36 Ablesungen bei 716° C waren die größte positive und negative Abweichung von der mittleren Temperatur 0,8° resp. 0,7°. In 24 Ablesungen bei 796,5° C waren diese Zahlen etwa 2,6°. Bei 921° C war die maximale Abweichung 7,3° und bei 1015° C bei 40 Ablesungen 8,7°. Die Abweichungen vom Mittel waren die Hälfte dieser Werte; die mittlere Abweichung bei der höchsten Temperatur war etwa 5°. Entsprechende Rechnungen zeigen, daß diese Variationen nicht genügen, um einen merklichen Effekt in den Resultaten zu ergeben. Im tieferen Temperaturgebiet waren Schwankungen kaum merkbar.

Es wurden zwei Kapillaren verwendet, wobei die erste (Kapillare I) die gleiche wie bei Shilling und Laxton war. Die neue Kapillare (Kapillare II) war 100 cm lang mit einer sehr gleichmäßigen inneren Öffnung von 0,026 cm Radius und war als Schraube von 5,5 cm Länge und 5 cm Durchmesser aufgewickelt. Die Länge des Heizrohres war 21 cm und sein Durchmesser 7 cm. Die Röhre und die Kapillare waren starr mit einem Rahmen von Quarzstäben verbunden, die einen einfachen Transport des Ganzen zum und vom Ofen gestattete. Die Vorheizröhre enthielt eine Quarzquerrippe, so daß das eintretende Gas gegen die Wände der Röhre geleitet wurde, um ein besseres Erwärmen zu erreichen.

Die experimentelle Methode war, abgesehen von einigen zusätzlichen Verbesserungen, die gleiche wie die von Shilling und Laxton. Die drei Gase: Luft, Argon und Chlorwasserstoff wurden sorgfältigst gereinigt. Chlorwasserstoff zeigte keine Einwirkung auf das reine Quecksilber im Verschiebungsapparat, noch auf das Spezialöl im Manometer. Eine große Zahl von Experimenten wurden bei jeder Temperatur ausgeführt. Im Falle des Argons wurden 82 Versuche mit der Kapillare I und 8 mit Kapillare II ausgeführt, im Falle der Luft 13 mit Kapillare II bei der Temperatur von 23° und 91 bei höheren Temperaturen, und schließlich mit Chlorwasserstoff 49 mit Kapillare II bei verschiedenen Temperaturen.

Die Resultate wurden nach der Formel von Meyer berechnet:

$$\eta = \left[\frac{K \cdot t}{V} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1} - \frac{m\mu}{8\pi l}\right]\left(1 + \frac{4\zeta}{r}\right). \quad (3)$$

K ist eine Konstante, die nur von den Dimensionen des Apparates abhängt, $K = \pi r^4/16l$, p_1 und p_2 sind Anfangs- und äußerer (Barometer) Druck in dyn/cm², r ist der Radius und l die Länge der Kapillare, und t ist die Zeit in Sekunden für das Durchströmen des Volumens V cm³ Gas, gemessen beim Druck p_1. μ ist die Masse in gr. des pro sec. durchgeflossenen Gases, m ist eine Konstante, die zu 1,12 angenommen wird und ζ schließlich der Gleitungskoeffizient, berechnet aus der Formel von Knudsen[1]):

$$\zeta = \frac{8\sqrt{2} \cdot \eta\, c_1}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\varrho p}\, c_2}, \quad \text{wo} \quad \frac{c_1}{c_2} = 0{,}81. \quad (4)$$

Die Korrektion für die kinetische Energie ist im 2. Glied in den eckigen Klammern enthalten und nach Hagenbach-Boussinesq[2]) ausgeführt worden. Diese Korrektion war in den Experimenten von Shilling und Laxton nicht merklich und war daher dort nicht berücksichtigt worden; auch in den hier wiedergegebenen Messungen ist sie für Luft und Argon nicht von Einfluß, dagegen wohl bei HCl, besonders bei Kapillare II. Auch eine Korrektion für Abweichungen vom Boyle'schen Gesetz wurde angebracht. Der Millikan'sche Wert[3]) für η von Luft bei 23°, nämlich 0,000 1824 wurde nach kritischer Durchsicht aller existierenden Werte als Standardwert für die Berechnung der absoluten Werte von η benutzt.

Wurde nun die ganze Reihe der Resultate in einer Sutherland-Kurve aufgezeichnet $\left(\frac{T^{3/2}}{\eta}\right.$ gegen $\left.T\right)$, so ergaben sich einige interessante Tatsachen. Im Falle der Kapillaren I wurde für Ar zwischen 100° und 700° C sehr genau eine gerade Linie gefunden; bei tieferen und höheren Temperaturen steigt jedoch die Viskosität stärker mit der Temperatur, als es der Formel (1)

1) Dissertation, Universität London, 1932.

1) Ann. d. Phys. **28**, 75, 1909.

2) s. Brillouin, Leçons sur la Viscosité, Paris 1907; livre III, S. 37.

3) Ann. d. Phys. **41**, 759, 1913.

entspricht. Im Falle des HCl wurde mit Kapillare I eine gerade Linie gefunden oberhalb von 100° C, und mit Kapillare II eine oberhalb von 200° C. Obwohl die Resultate von Shilling und Laxton für Luft praktisch eine Gerade ergaben, ausgenommen für die tiefste und die hohen Temperaturen, wurden hier Abweichungen unterhalb 100° C gefunden, genau wie bei den anderen Gasen. Diese Ergebnisse zeigen deutlich, daß die Dimensionen der Kapillare bei tiefen Temperaturen einen Einfluß auf das Resultat haben; die Bohrung der Kapillare II ist ja etwas größer als die der Kapillare I. Dabei waren die Bedingungen so, daß laminare Strömung in allen Fällen sichergestellt war; ferner war die Gültigkeit des Meyerschen Gesetzes für diesen Apparattyp von Shilling und Laxton befriedigend bewiesen worden. Es muß daher noch eine andere Art Strömung bei den größeren Geschwindigkeiten (tiefen Temperaturen) auftreten.

Diese, auf den ersten Blick verblüffenden Ergebnisse werden jedoch völlig geklärt durch Überlegungen von W. R. Dean[1]), die wir in der Formulierung von C. M. White[2]) verwenden wollen. Danach ist, sowohl theoretisch wie auch experimentell zu erwarten, daß der Strömungswiderstand einer Schrauben-Kapillare („gebogene Rohr-Strömung") größer wird im Vergleich mit einer geraden Kapillare (geraden Rohr-Strömung), sobald die Geschwindigkeit eine gewisse Grenze überschreitet. Bei den tieferen Temperaturen, bei denen die Strömung schneller ist, wurde diese Grenze überschritten und bei Kapillare II mit der größeren Bohrung bei höheren Temperaturen als bei Kapillare I. Der Einfluß der „gebogenen" Strömung wird durch die Formel gegeben:

$$\log G = \log f\left[\frac{v d \varrho}{\eta}\left(\frac{d}{D}\right)^{1/2}\right], \qquad (5)$$

wo G das Verhältnis des Widerstandes bei gekrümmtem Rohr zu dem bei geradem, d der innere Durchmesser des Rohres, D der Durchmesser der Kreis-Schraube, v die mittlere lineare Strömungsgeschwindigkeit, ϱ die Dichte und f eine Funktion der in den Klammern stehenden Größen. Die Werte von d/D waren für die beiden Kapillaren 1/113 resp. 1/91.

Die Anwendung von (5) auf die Ergebnisse erfordert einige mühsame Rechnungen, aber das Prinzip kann einfach dargelegt werden. Die Sutherland-Kurve der Meßergebnisse bei höheren Temperaturen, die ja praktisch eine Gerade ergibt, wird graphisch und analytisch auf tiefere Temperaturen extrapoliert. Die scheinbare Zunahme der Viskosität bei tiefen Temperaturen gegenüber den durch (1) gegebenen Werten kann dann als variable Kapillaren-Konstante K in (3) ausgedrückt werden. Im Falle von Luft z. B. ergibt der obere Teil der Kurve $C = 117{,}9$ in genauer Übereinstimmung mit dem besten mittleren Wert aller früheren Resultate der anderen Experimentatoren. Das Verhältnis der wahren Kapillaren-Konstante K zur scheinbaren K' im Bereich der „gebogenen Rohr-Strömung" ist dann einfach G in (5). Zeichnet man $\log (K/K')$ gegen $\log x = \log\left[\frac{v d \varrho}{\eta}\left(\frac{d}{D}\right)^{1/2}\right]$ auf, so erhält man eine Kurve ganz ähnlich der, wie sie White für Flüssigkeiten und Luft erhielt. Diese Kurve wird horizontal für $\log x = 0{,}95$. Obwohl White 1,1 als kritischen Wert angibt, so ergibt doch eine exaktere Analyse seiner Kurve, daß ein etwas kleinerer Wert, etwa 0,95, die besten Resultate ergibt, und Herr Dr. White hat dies auch zugegeben. Alle Versuche mit $\log x < 0{,}95$ werden durch die „gebogene Strömung" nicht beeinflußt. Auf diese Art ist es also möglich, die Ergebnisse bei tiefen Temperaturen für diesen Einfluß zu korrigieren.

Nach all diesem ist es klar, daß die anomalen Ergebnisse bei tiefen Temperaturen nicht als Abweichungen von der „Sutherlandschen" Formel aufzufassen sind, wie es von Williams und von Shilling und Laxton angenommen wird, sondern dem Einfluß der „gebogenen Strömung" zuzuschreiben sind, und die hier mitgeteilten Messungen zeigen, daß (1) für die 3 Gase zwischen 23° und etwa 700—750° C genau erfüllt ist. Zwischen dieser Temperatur und 1015°, der höchst erreichten, scheint eine wirkliche Abweichung von (1) zu bestehen, in dem Sinne, daß die Viskosität stärker mit der Temperatur wächst als nach (1). Dies ist in Übereinstimmung mit allen bisherigen Messungen, die über ein genügend großes Temperaturintervall ausgeführt worden sind, und auch mit der theoretischen Formel von Lennard Jones[1]). Im Falle des Argons beträgt die Abweichung von (1) bei 1000° 4,6%, sowohl gemessen wie auch berechnet nach der Formel von Lennard Jones.

Die endgültigen Ergebnisse können im Gültigkeitsbereich von (1), d. h. bis etwa 700—750° C, durch die Formeln dargestellt werden:

$$\text{Luft: } \eta = 1{,}4821 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 117{,}9},$$

$$\text{Argon: } \eta = 2{,}0074 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 162{,}7},$$

$$HCl\text{: } \eta = 1{,}9012 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 387{,}3},$$

1) Phil. Mag. **4**, 208, 1927.
2) Proc. Roy. Soc. A **123**, 645, 1929.

1) Proc. Roy. Soc. **106**, 441, 463, 709, 1924; **107**, 157, 1925; Jones und Cook ibid. **112**, 196, 1926; Hassé und Cook ibid. **125**, 196, 1929. Phil. Mag. **3**, 977, 1927.

(Shilling und Laxtons Ergebnisse für Luft werden genau dargestellt durch

$$\eta = 1{,}5018 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 123{,}4} .)$$

Für die Sutherland-Konstante C kann man, auf Grund einer eingehenden Diskussion der Experimente, die Genauigkeit auf 1% angeben, was einer Genauigkeit von $0{,}1\%$ von η entspricht. Die Methode der kleinsten Quadrate ergibt, daß der mittlere Fehler des Mittelwerts einer Meßreihe für η kleiner als $0{,}1\%$ ist. Es kann gezeigt werden, daß verschiedene Faktoren, die für das abnormale Anwachsen der Viskosität bei Temperaturen oberhalb 700° C verantwortlich gemacht werden könnten, wie adiabatisches Strömen[1]), Änderung der Gleitungskonstanten etc., zur Erklärung dieser Abweichungen nicht ausreichen. Das Versagen der Sutherland-Formel bei hohen Temperaturen wurde schon früher nachgewiesen von Williams, Shilling und Laxton, Barus[2]) und Braune, Basch und Wentzel, und es scheint auch bei anderen Gasen aufzutreten. Die Resultate an Argon sind in guter Übereinstimmung mit früheren Bestimmungen, wenn man verschiedene Werte für C für Luft bei den verschiedenen Experimentatoren zuläßt. Der Wert von C für HCl ist in befriedigender Übereinstimmung mit den Messungen von Harle[3]) (357) und Trautz und Nareth[4]) (362) in einem viel kleineren Temperaturintervall. Die von Trautz und Zink[5]) aus den Messungen von Trautz und Nareth berechneten Werte variieren für verschiedene Temperaturintervalle zwischen 344 und 384. Wir glauben, daß die hier mitgeteilten Messungen an diesem Gas genauer sind als die früheren. Es konnte auch noch gezeigt werden, daß Phosphorpentoxyd, wie es von Harle zum Trocknen des Gases verwendet wurde, Unreinheiten mit sich bringt.

Eine kritische Durchsicht der Literatur hat ergeben, daß in vielen Untersuchungen „gebogene Rohr-Strömung" vorhanden war, die die Resultate fälschte. Die sehr genauen Messungen der Halle-Schule scheinen von diesem Effekt nicht betroffen zu werden, ausgenommen Argon bei der tiefsten Temperatur. Dieser Wert hatte einige Schwierigkeiten bei der Anwendung der Gleichung von Lennard Jones verursacht und die genauen Werte erlauben es nun, die Konstanten m und n in dieser Gleichung noch besser zu wählen, als man es für möglich hielt. Im Falle des Argon wurde für die Konstante der Abstoßungskraft n der Wert 21 gefunden; die Anziehungskonstante m ist jedoch größer als 3, wie es von Lennard Jones angenommen wurde. Dies ist in Übereinstimmung mit dem Wert, den die Quantenmechanik voraussagt. Eine eingehende Behandlung dieser Fragen wie auch die Details der Experimente sollen später publiziert werden.

Chemistry Department' East London College, University of London.

(Eingegangen 2. Dezember 1932.)

1) Fisher, Phys. Rev. **29**, 147, 325, 1909.
2) Ann. d. Phys. **36**, 358, 1889; seine Resultate wurden für die „gebogene Rohr-Strömung" in seiner schraubenförmigen *Pt*-Kapillare korrigiert.
3) Proc. Roy. Soc. A **100**, 429, 1922.
4) Ann. d. Phys. **79**, 637, 1926.
5) Ann. d. Phys. **7**, 427, 1930.

Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften des Seignettesalzes mittels Röntgenstrahlen.

Von Hans Staub.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß sich die Intensitäten der Röntgeninterferenzen eines Seignettesalzkristalles beim Anlegen eines konstanten, elektrischen Feldes an den Kristall sehr stark ändern. Die Abhängigkeit dieser Intensitätsänderung von der Temperatur und der Feldstärke wird untersucht und gezeigt, daß der abnorm hohen Dielektrizitätskonstanten des Seignettesalzes auch abnorm hohe Verschiebungen der Ionen im Raumgitter entsprechen.

Die anomalen dielektrischen Eigenschaften des Seignettesalzes sind Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen. Insbesondere hat J. Valasek[1]) in einer Reihe von Arbeiten den piezoelektrischen Modul und die Dielektrizitätskonstante untersucht. Er findet, daß diese beiden Konstanten in der Richtung der a-Achse im Temperaturbereiche von ungefähr minus 30° bis plus 30° C ungewöhnlich hohe Werte annehmen. Die absolute Größe dieser Konstanten schwankt zwar von Kristall zu Kristall etwas, ist aber für die Dielektrizitätskonstante immer ungefähr von der Größenordnung 10^4, während sie außerhalb des kritischen Temperaturgebietes nur von der Größe 10^2 ist. Valasek hat auch die Existenz der dielektrischen Hysterese nachgewiesen und das Vorliegen einer elektrischen Analogie mit dem Ferromagnetismus vermutet. Später haben sich besonders russische Autoren[2]) mit der Messung der Dielektrizitätskonstanten befaßt. Sie finden im wesentlichen die Resultate Valaseks wieder und es gelingt ihnen, Beweise für die Analogie mit dem Ferromagnetismus beizubringen. Frau Schulwas-Sorokin hat die obere Grenze

1) J. Valasek, Phys. Rev. **17**, 475, 1921; **19**, 478, 1922; **24**, 560, 1924; Frayne, Phys. Rev. **21**, 348, 1923.
2) Kobeko und Kurtschatow, Zeitschr. f. Phys. **66**, 192, 1930; Schulwas-Sorokin, Zeitschr. f. Phys. **77**, 541, 1932; **73**, 700, 1932.

des kritischen Temperaturgebietes zu 25° C bestimmt. Sie findet ein ausgeprägtes Maximum des piezoelektrischen Moduls und der Polarisation bei 22,5° C; innerhalb einiger Grade fallen beide Konstanten von diesem Maximum rasch auf normale Werte ab.

Zur Erklärung dieser Phänomene wurden verschiedene Versuche unternommen. Völlig gesichert scheint die von Valasek angedeutete und von Kobeko[1]), Kurtschatow, Eremejew[2]) und von H. Müller[3]) gegebene Erklärung der hohen Polarisationswerte unter Annahme eines inneren elektrischen Feldes, analog dem von P. Weiß postulierten inneren Magnetfeld bei ferromagnetischen Körpern. Diese Annahme konnte namentlich durch Nachweis der thermoelektrischen Effekte[4]) am „Curiepunkt" gestützt werden.

Bei der abnorm hohen Polarisierbarkeit des Seignettesalzes, mag sie nun durch Drehung von fertigen Dipolen im Salz, von spontan polarisierten Bereichen, oder einfach durch Verschiebung von Ionen hervorgerufen sein, sind große Änderungen der Intensitäten im Interferenzbild des Kristalles bei seiner Durchstrahlung mit Röntgenstrahlen zu erwarten. Der Einfluß eines elektrischen Feldes auf das Röntgeninterferenzbild des Kristalles kann im Prinzip von zweierlei Art sein: 1. Durch die Gitterpolarisation kann die Basis des Gitters geändert werden, wodurch infolge der Änderung des Strukturfaktors eine Änderung der Intensität der Interferenzen bei gleichbleibender Lage derselben eintritt.

2. Es kann eine Deformation der Elementarzelle erfolgen, wodurch nicht nur die Intensität, sondern auch die Lage der Interferenzmaxima geändert wird. Während der Effekt erster Art bei jedem Ionenkristall zu erwarten ist, tritt derjenige zweiter Art nur bei Ionenkristallen mit polaren Richtungen auf und kann auch im Falle des Seignettesalzes kaum von meßbarer Größe sein.

Hengstenberg[5]) und Bennett[6]) haben Effekte der ersten Art an *KCl* gemessen. Die Intensitätsänderungen betragen da nur wenige Promille bei Anwendung der höchstmöglichen, dicht an der Durchbruchspannung der Kristalle liegenden Felder.

Gehört das betrachtete Gitter zum Typus der Diagonalgitter, so läßt sich, wenn man die Polarisation einzig der Gitterpolarisation zuschreibt, also die Polarisation der Ionen vernachlässigt, der zu erwartende Effekt abschätzen. Bei *KCl* z. B. ist die gegenseitige Verschiebung der beiden Gitter:

$$\delta = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi e} \cdot \frac{a^3}{4} \cdot \mathfrak{E}.$$

ε = D. K.; a = Länge der Elementarkante; e = Ladung des Ions; $\mathfrak{E}$ = el. Feldstärke senkrecht zur Netzebene.

Ferner lautet der Strukturfaktor S für das deformierte Gitter:

$$S = \Psi_K^+ \left[1 + e^{\pi i \Sigma h} (e^{-\pi i h_1} + e^{-\pi i h_2} + e^{-\pi i h_3}) \right]$$
$$+ \Psi_{Cl} \left[1 + e^{\pi i \Sigma h} (e^{-\pi i h_1} + e^{-\pi i h_2} + e^{-\pi i h_3}) \right] \cdot e^{\pi i \left[h_1 \left(1 + \frac{2\delta}{a}\right) + h_2 + h_3 \right]}.$$

Setzt man ferner $\Psi_K^+ = \Psi_{Cl}^-$, so ergibt sich für die Interferenz (h 00) die prozentuale Intensitätsänderung

$$\frac{\Delta \mathfrak{J}}{\mathfrak{J}} = - \sin^2 \pi h \, \frac{\delta}{a} \sim (\varepsilon - 1)^2 \cdot \frac{a^4 h^2}{256 e^2} \cdot \mathfrak{E}^2.$$

Für die größtmögliche Feldstärke von 10^6 Volt/cm ergibt somit bei der Reflexion (10, 0, 0) ein Effekt von

$$\frac{\Delta \mathfrak{J}}{\mathfrak{J}} = - 4{,}6\,‰.$$

Wie man sieht, wächst der Effekt mit $(\varepsilon - 1)^2$. Obwohl im Falle des Seignettesalzes wegen Unkenntnis des Raumgitters die analoge Berechnung nicht ausgeführt werden kann, so darf man, wenn überhaupt eine Gitterpolarisation vorliegt, bei diesem Salz einen bedeutend größeren Effekt erwarten.

Wir haben deshalb Versuche unternommen, um diesen Effekt zu messen. Um die Intensitätsänderung quantitativ feststellen zu können, bedienten wir uns zur Messung der Intensität der Ionisationskammer, die wir in den nach der Bragg-Methode an der Kristalloberfläche reflektierten Strahl brachten.

Das Seignettesalz gehört nach Messungen von Müttrich[7]) der rhombisch bisphenoidischen Klasse V an und kristallisiert in Form von schönen Prismen mit den Kanten parallel der c-Achse. Es besitzt die chemische Formel *NaCOO CHOH CHOH KCOO* · 4 H_2O. An natürlichen

1) l. c.
2) Kurtschatow und Eremejew, Phys. Zeitschr. d. Sowjetunion **1**, 140, 1932.
3) H. Müller, Phys. Rev. **40**, 1051, 1932.
4) Kobeko und Nelidow, Phys. Zeitschr. d. Sowjetunion **1**, 382, 1932.
5) Hengstenberg, Zeitschr. f. Phys. **58**, 345, 1928.
6) Bennett, Phys. Rev. **36**, 65, 1930.
7) Müttrich, Pogg. Ann. **121**, 193, 1864.

Kristallen treten besonders ausgeprägt nur die Flächen 110, 210, 001 auf. Die anomal hohe Dielektrizitätskonstante ist nur in Richtung der a-Achse vorhanden. Legt man ein elektrisches Feld parallel dieser Achse an den Kristall, so tritt, wie sich aus den Symmetrien ergibt, eine makroskopische Zug- oder Druckspannung in der bc-Ebene unter 45° gegen b und c geneigt auf. Aus diesem Grunde kann man wohl am ehesten eine Intensitätsänderung der Röntgeninterferenzen bei Reflexion der Strahlung an einer Ebene, die die b- und c-Achse schneidet, erwarten. Da es aber schwierig ist, das elektrische Feld parallel zur reflektierenden Netzebene zu stellen, wählten wir für unsere Versuche die Ebene 111 und stellten das Feld senkrecht zu dieser Ebene. In diesem Falle ist die Feldrichtung nicht mehr optimal; indessen fällt dieser Umstand nicht ins Gewicht, da die nötigen Feldstärken noch immer weit unter der Durchschlagsfestigkeit des Kristalles liegen. Während diese ungefähr 10^4 Volt/cm beträgt, haben wir nur mit maximal etwa 700 Volt/cm gearbeitet. Die Kristallplatten wurden nach dem bekannten Verfahren, mittels eines rasch laufenden nassen Fadens geschnitten und auf einer feuchten Scheibe aus Mattglas etwas geglättet, da sich zeigte, daß ein zu sorgfältiges Schleifen die Oberfläche zerstört. Die Elektroden bestanden auf beiden Seiten der Kristallplatte aus 3,5 μ dicker Aluminiumfolie, die mit verdünnter Lösung von Kanadabalsam in Xylol dicht aufgeklebt wurden. Die bei der definitiven Messung verwendete Platte hatte eine Fläche von 15×20 mm und war 2,1 mm dick.

Zunächst mußten nun einige Angaben über das kristallographische Gitter beschafft werden. Drehkristallaufnahmen um die Richtung der b- bzw. c-Achse ergaben als ungefähre Werte der Identitätsperioden in diesen Richtungen:

$$b = 14{,}5 \text{ Å},$$
$$c = 6{,}5 \text{ Å}.$$

Eine genauere photographische Aufnahme der Reflexion 400 ergab für a:

$$a = 11{,}913 \text{ Å}.$$

Aus dem bekannten Achsenverhältnis:

$a : b : c = 0{,}832 : 1 : 0{,}430$ folgt für b und c:

$$b = 14{,}324 \text{ Å},$$
$$c = 6{,}153 \text{ Å}.$$

Die Dichte wurde zu 1,77 g/cm³ bestimmt, woraus sich die Zahl der Moleküle in der Elementarzelle zu 4,0 ergibt. Hieraus berechnet sich der Glanzwinkel der Ebene 111 in 2. Ordnung bei Verwendung von $CuK\alpha$-Strahlung zu:

$$\vartheta = 17° \, 33'.$$

Die geschnittene Platte ergab in verschiedenen Lagen (um die Flächennormale gedreht) die Werte: 17° 36′, 17° 18′, 17° 20′, 17° 35′. Sie besitzt somit von der verlangten Richtung nur kleine Abweichungen. Wegen der großen Identitätsperioden ist zu befürchten, daß bei zu großer Divergenz des Primärstrahles auch Reflexionen von benachbarten Schichtlinien gleichzeitig und sehr nahe der Reflexion 111 auftreten könnten. Eine photographische Aufnahme ergab, daß in der obigen Lage allein die Reflexion 111 vorkommt; ebensowenig stören Interferenzen der Aluminiumfolie, da die nächstgelegene Interferenz von Al. bei $CuK\alpha$-Strahlung bei einem Glanzwinkel von 19° 11′ auftritt.

Die zur Messung des Effektes benutzte Apparatur bestand aus einem Ionisationsspektrographen mit zwei Ionisationskammern zur Kompensation der Schwankungen der Primärstrahlung. Die Ionisationsströme wurden mittels einer speziellen Triode verstärkt und deren Anodenstrom wiederum kompensiert. Die beim Anlegen des elektrischen Feldes an dem Kristall auftretenden Stromänderungen wurden einem Spiegelgalvanometer zugeführt und dessen Ausschläge photographisch registriert. Dieser Ausschlag ist wegen der angewandten Kompensationsschaltung proportional zu $\Delta I/I$, also zu der gesuchten Größe. Näheres über einige Besonderheiten der Apparatur erscheint demnächst in einer ausführlichen Arbeit über den gleichen Gegenstand in den Helvetica Physica Acta.

Vorversuche mit hohen Feldstärken (bis zu 10000 Volt/cm) ergaben keine Resultate. Offenbar zerstören derartig hohe Felder den Kristall. Versuche mit kleineren Feldern (500 Volt/cm) ergaben bei gewissen Netzebenen überraschend große Effekte, bis zu 30 Proz. Intensitätsänderung. Es wurde u. a. in der Reflexion 222 die Abhängigkeit der Intensitätsänderung von der Feldstärke und der Temperatur untersucht. In Fig. 1 ist auf der Abszisse die Feldstärke in Volt/cm, auf der Ordinate die Intensitätsänderung in Proz. der ursprünglichen Intensität aufgetragen. Die einzelnen Kurven sind bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen.

Vor allen Dingen fällt die Asymmetrie der beiden Kurvenhälften für +- und −-Felder auf. Zunächst läßt sich hieraus nicht schließen, daß die Basis-Verzerrungen für die beiden Feldrichtungen verschieden sind, denn es ist wohl möglich, daß der Strukturfaktor in Abhängigkeit der Basis-Koordinaten, wegen der komplizierten Struktur, unsymmetrisch in bezug auf die Koordinaten des unverzerrten Gitters ist. Messungen von **Valasek** (l. c.) und ebenso eine demnächst erscheinende Arbeit von **G. Oplatka** haben aber gezeigt, daß die Dielektrizitätskonstanten

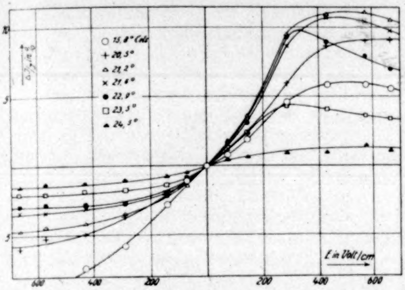


Fig. 1. Intensitätsänderung $\Delta I/I$ in Abhängigkeit von der Feldstärke $\mathfrak{E}$ bei verschiedenen Temperaturen.

in den beiden Richtungen der a-Achse in gleicher Weise wie die Intensitätsänderungen verschieden sind. Des weiteren zeigen die Kurven, daß bei ca. 400 Volt/cm ein Sättigungswert erreicht wird. Rechnen wir als wirksame Komponente für unseren Effekt nur die Komponente der a-Richtung, so ergibt sich als Sättigungswert die Feldstärke:

$$E = 500 \cdot \cos \varphi = 220 \text{ Volt/cm},$$

wenn

$$\varphi = \text{Winkel zwischen } 111 \text{ und } 100 = 64^\circ\, 30'$$

ist. Dieser Wert steht in guter Übereinstimmung mit den Messungen Kobekos und Kurtschatows (l. c.) für die Sättigungsfeldstärke. Das bei +-Feldern auftretende Maximum der Intensitätsänderung muß wohl der oben erwähnten Form des Strukturfaktors zugeschrieben werden, über dessen Verlauf nichts gesagt werden kann, da bis jetzt über die Gitterstruktur nichts bekannt ist.

Die Temperaturabhängigkeit des Effektes ist für die spezielle Feldstärke von $\mathfrak{E} = -666$ Volt/cm in Fig. 2a dargestellt. Entsprechend dem Abfall der Sättigungspolarisation fällt der Effekt zwischen 15° und 25° C stark ab. In der umgekehrten Feldrichtung, wo die $\Delta I/I$-Kurven Maxima zeigen, ist auch der Temperaturverlauf des Effektes komplizierter, immerhin so, daß auch hier, nach anfänglicher Zunahme, $\Delta I/I$ beim „Curiepunkt" mit der abnehmenden DK sehr klein wird (Fig. 2b).

Was die von Valasek und anderen[1]) gefundene Hysterese betrifft, so tritt sie bei unseren Versuchen nicht so direkt zutage. Unsere Registrierungen zeigen, daß die Einstellzeit der Deformation beim Einschalten des Feldes sehr kurz ist. Dagegen tritt der Rückgang der Deformation beim Abschalten des Feldes und Kurz-

1) Vgl. besonders Sawyer und Tower, Phys. Rev. **35**, 269, 1930.

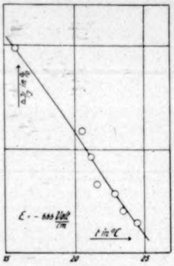


Fig. 2a. Abhängigkeit der Intensitätsänderung $\Delta I/I$ bei -666 Volt/cm von der Temperatur t.

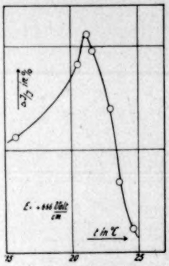


Fig. 2b. Abhängigkeit der Intensitätsänderung $\Delta I/I$ bei $+666$ Volt/cm von der Temperatur t.

schließen der Elektroden außerordentlich langsam ein, die Intensitätsänderung geht aber immer wieder vollständig zurück. Die Halbwertszeit des Rückganges ist bei verschiedenen Kristallen sehr verschieden und hängt wohl auch mit deren Leitfähigkeit zusammen, die die Remanenz vernichtet. Ferner ist diese Zeit stark temperaturabhängig. Fig. 3 zeigt die Abhängigkeit der Relaxationszeit von der Temperatur, wobei immer die Feldstärke während 3 Minuten von 0 bis -666 Volt/cm gesteigert wurde und dann das Feld abgeschaltet und die Belegungen kurzgeschlossen wurden. Die Relaxationszeit nimmt mit wachsender Temperatur ab. Sie ist um so größer, je länger das Feld am Kristall belassen wurde.

Es zeigte sich ferner, daß die reflektierte Intensität des ungestörten Gitters zwischen 20 und 25° C eine deutliche Abnahme zeigt, die vielleicht mit der Abnahme der spontanen Polarisation am Curiepunkt zusammenhängt. Genauere Messungen hierüber haben wir noch nicht vorgenommen.

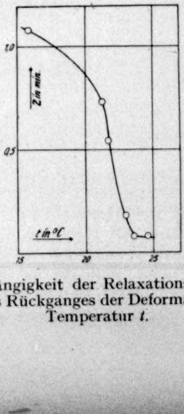


Fig. 3. Abhängigkeit der Relaxationszeit z (Halbwertszeit des Rückganges der Deformation) von der Temperatur t.

Alle hier erwähnten Zahlen wurden an einem Kristall am gleichen Tage gemessen, um von schwer kontrollierbaren Einflüssen, wie den Elektroden oder etwaigem Wasserverlust des Kristalles, möglichst unabhängig zu sein.

Wenn man nun aus den gemessenen Intensitätsänderungen die Ionenverschiebungen im Detail berechnen will, so muß hierzu die Struktur des Gitters bekannt sein. Über diese und weitere Messungen an anderen Netzebenen bei Gleich- und Wechselfeld und über die Meßmethode werden wir demnächst in den Helvetica Physica Acta berichten.

Herrn Prof. Dr. P. Scherrer bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und seine stete Hilfe zu großem Dank verpflichtet.

Zürich, Physikal. Institut der E. T. H., 24. Januar 1933.

(Eingegangen 3. Februar 1933.)

Eine neue Methode zur Bestimmung der statischen Dielektrizitätskonstanten von Halbleitern und DK.-Messungen an Seignettesalz.

Von G. Oplatka.

Zusammenfassung.

Die Schwierigkeit bei der Messung der statischen Dielektrizitätskonstanten von Halbleitern besteht darin, daß während des Umschaltvorganges von Spannung auf das ballistische Galvanometer, ein unbestimmbarer Teil der Kondensatorladung durch den Kondensator selber sich entlädt. Es wird eine Schaltung angegeben, welche die Umschaltzeit auf 10^{-7} sec reduziert. Mit Hilfe dieser Schaltung sind dielektrische Eigenschaften des Seignettesalzes untersucht worden, insbesondere die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Ladungsdauer und vom Feld.

1. Einleitung.

In der vorliegenden Arbeit wird der Versuch gemacht, die „statische" Dielektrizitätskonstante von Halbleitern dadurch zu bestimmen, daß die auf den Kondensatorplatten enthaltene Elektrizitätsmenge mit dem ballistischem Galvanometer gemessen wird. Dabei soll unter der „statischen" Dielektrizitätskonstanten eines Halbleiters die Größe $\varepsilon = \frac{Q}{C_0 \cdot V}$ verstanden werden, wobei C_0 die geometrische Kapazität des Kondensators, V die angelegte Spannung bedeutet. Q ist die Elektrizitätsmenge, die bei vollständiger Entladung des Kondensators von den Platten abfließt. Namentlich bei Ionenleitern bleiben oft lange Zeit Rückstandsladungen zurück, und es muß von Fall zu Fall untersucht werden, wie lange der Entladungsvorgang beobachtet werden muß, um die gesamte abfließende Ladung bestimmen zu können.

Die Schwierigkeit bei der Messung von Q besteht bei Halbleitern darin, daß ein beträchtlicher Teil, je nach der Leitfähigkeit des Dielektrikums, während des Umschaltvorganges von Spannungsquelle auf ballistisches Galvanometer, durch das Dielektrikum abfließt. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wird ein Schaltmechanismus entwickelt, der die vorzeitigen Ladungsverluste des Kondensators verhindert, so daß die Entladung über den Galvanometerkreis gleichzeitig mit der durch das Dielektrikum beginnt. In den meisten Fällen ist der Elektrizitätstransport durch das Dielektrikum klein gegenüber der durch das Galvanometer fließenden Menge, und nur in besonderen Fällen ist eine Korrektur notwendig.

2. Meßmethode.

Bei der gewöhnlichen ballistischen Methode besteht die Schwierigkeit, wie schon angedeutet, darin, daß in der Zeit, während der Schalter S von a nach c gebracht wird, ein unbekannter Teil der Ladung durch den Widerstand R abfließt.

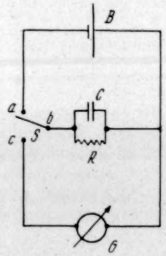


Fig. 1. B = Batterie; C = Kondensator; G = ball. Galvanometer; S = Umschalter; R = Widerstand (der Eigenleitfähigkeit des Kondensators entsprechend).

Bei der zu beschreibenden Anordnung geht der Umschaltvorgang so rasch vor sich, daß der Kondensator während der Umschaltzeit keinen meßbaren Anteil an Ladung verliert. Im Prinzip geschieht das Umschalten so, daß zunächst der Punkt b mit c verbunden, und dann erst die Verbindung ab gelöst wird. Der Entladevorgang beginnt also zur selben Zeit sowohl über das Galvanometer als auch über den Widerstand R. Es muß nur noch verhütet werden, daß ein Strom von der Batterie im Schaltmoment durch das Galvanometer fließt. Das Umsteuern geschieht mit Elektronenröhren, die wegen ihrer Trägheitslosigkeit sozusagen augenblicklich umschalten. Die Anordnung ist aus Fig. 2 ersichtlich.

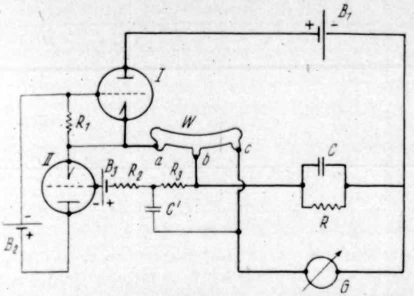


Fig. 2. B_1, B_2, B_3 = Batterien; R_1, R_2, R_3 = Widerstände; *I*, *II* = Elektronenröhren; *G* = Galvanometer; *C'* = Steuerkondensator; *R* = Widerstand des Meßkondensators; *W* = Quecksilberwippe; *C* = Meßkondensator.

Die Schaltung muß folgenden Bedingungen genügen:

1. bei Ladung des Kondensators
   a) die Batterie B_1 muß am Kondensator liegen,
   b) es darf kein Strom durch das Galvanometer fließen;
2. bei der Entladung des Kondensators
   a) die Ladung des Kondensators muß über das Galvanometer abfließen,
   b) es darf nur die Ladung des Kondensators im Galvanometer gemessen werden, d. h. die Batterie B_1 muß in dem Moment, in dem die Entladung beginnt, abgeschaltet werden.

Bei der Ladestellung sind die Kontakte *a* und *b* der Quecksilberwippe verbunden, *c* ist frei. Über die Elektronenröhre *I*, deren Gitter Kathodenpotential hat, wird der Meßkondensator *C* und der Steuerkondensator *C'* geladen. Das Gitter der Röhre *II* hat durch die Batterie B_3 über R_2 und R_3 eine so starke negative Vorspannung, daß im Anodenkreis B_2 R_1 kein Strom fließt. Das Galvanometer ist nach erfolgter Aufladung ebenfalls stromlos, und die Kondensatoren *C* und *C'* haben gleiche Spannung. Letztere hängt unter anderem vom Widerstand der Elektronenröhre *I* und von *R* ab. Die Spannung am Meßkondensator muß gemessen werden, was zweckmäßig mit einem Elektrometer geschieht.

Beim Entladevorgang müssen zwei aufeinanderfolgende Stellungen der Wippe *W* ins Auge gefaßt werden: Die erste, bei der alle drei Anschlüsse der Quecksilberwippe *W* miteinander verbunden sind, und die zweite, bei der nur *b* mit *c* metallischen Kontakt hat, *a* dafür frei ist. Sobald *a* und *b* mit *c* verbunden sind, beginnt die Entladung des Kondensators *C* sowohl über das Galvanometer, als auch über den Widerstand *R*. Gleichzeitig entlädt sich der Kondensator *C'* über die Kontaktstelle *b c* und R_3. (Der Widerstand von *b c* ist viel kleiner als der des Kreises *R G*, so daß keine merkliche Ladung von *C'* über das Galvanometer abfließt.) Durch die Entladung von *C'* über R_3 wird an dem letzteren ein Spannungsabfall erzeugt, der nun das Gitter von *II* positiv macht gegenüber der Kathode von *II*. Es fließt nunmehr im Kreis B_2 R_1 ein Strom. Der Spannungsabfall an R_1 macht das Gitter von *I* negativ und die Röhre *I* läßt keine von B_1 herrührende Ladung durchfließen. Da aber die Spannung an R_3 exponentiell abklingt, muß, noch bevor eine Ladung über *I* kommen könnte, die Quecksilberwippe *W* ganz umgeschaltet sein, in die Stellung, wo *a* frei ist.

Das einwandfreie Funktionieren der Apparatur hängt natürlich von der zweckmäßigen Wahl der Einzelbestandteile ab. Sehr wichtig ist eine sorgfältige Isolation. Ob das Galvanometer nach erfolgter Aufladung auch wirklich stromlos ist, hängt vom Widerstand des Steuerkondensators und von der Isolation zwischen *b* und *c* ab. Der Kreis $C'R_3$ muß eine so hohe Zeitkonstante haben, daß die Spannung an R_3 und somit die Vorspannung des Gitters von *II* so lange positiv bleibt, bis der Kontakt *a b* gelöst wird. Der Widerstand R_2 soll ein Entladen von *C'* über den Kreis *b a II* B_3 verhindern. Die Röhre *I* muß bei den vorhandenen Betriebsbedingungen einen kleinen Spannungsabfall haben, da sonst bei kleinen Werten von *R* die Spannung an *C'* zu klein wäre, um das Gitter von *II* zu steuern. Auch muß diese Röhre eine sehr gute Anodenisolation besitzen. Um die Ladezeit des Steuerkondensators zu verkürzen, ist es zweckmäßig, R_3 bei Ladestellung kurzzuschließen.

3. Meßbereich, Meßgenauigkeit, Korrekturen.

Die Schaltung ist aus Bestandteilen mit folgenden Daten aufgebaut:

I Telefunken *RE* 604, *Ri* 10^3 Ohm
äußerer Widerstand (Anode-Kathode) 10^{10} Ohm.

II Philips A. 425.

C' 1 μF Widerstand von *C'* etwa 10^{10} Ohm.

G Leyboldsches Galvanometer, Stromempfindlichkeit etwa $0{,}8 \cdot 10^{-8}$ A/mm, Widerstand samt Sicherung 260 Ohm.

B_1 zwischen 20 und 200 Volt,

B_2 und B_3 richten sich nach B_1.

R_1 $0{,}5 \cdot 10^6$ Ohm, R_2 $1 \cdot 10^6$ Ohm, R_3 $1 \cdot 10^8$ Ohm.

Ein kleiner konstanter Ruhestrom (Galvanometer-Ausschlag α_2) konnte nicht vermieden werden. Der auf den Ruhestrom 0 reduzierte Ausschlag α_0 berechnet sich aus $\alpha_0 = \sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}$, wobei α_1 der beobachtete ballistische Ausschlag ist. Diese Korrektion wird mit zunehmendem α_1 sehr schnell unmerklich.

Eine zweite Fehlerquelle, die man stets berücksichtigen kann, besteht darin, daß das Galvanometer beim Umschalten auch dann einen ballistischen Ausschlag zeigt, wenn der Meßkondensator aus der Apparatur entfernt worden ist. Dieser Ausschlag ist klein und bei allen Werten von R nahezu der gleiche. Man kann ihn als von der Leerkapazität der Apparatur herrührend betrachten. Er ist von den gemessenen Werten abzuziehen. Berechnet man aus dieser Ladung die Umschaltzeit, so erhält man Werte von etwa 10^{-7} sec.

Bei dem Entladen des Kondensators fließt ein Teil der Ladung über den Eigenwiderstand des Kondensators ab. Dieser Anteil ist meistens vernachlässigbar klein. Will man ihn berücksichtigen, so muß man das Verhältnis von Galvanometerwiderstand zu R kennen. R läßt sich aus dem Spannungsabfall am Kondensator bestimmen.

Es darf weiter nicht vergessen werden, daß sich die ballistische Konstante des Galvanometers mit der Dämpfung, also mit R, ändert.

Bei Berücksichtigung der obigen Korrekturen kann die Genauigkeit der Kapazitätsmessung, bei nicht zu kleinen Werten von C und R, auf etwa ± 1 Proz. gebracht werden.

4. Kontrollmessungen.

Zur Prüfung der Apparatur wurde ein sehr gut isolierender Glimmerkondensator mit verschiedenen induktions- und kapazitätsfreien Widerständen geshuntet, und die Kapazität des geshunteten Kondensators gemessen. Die Kapazität berechnet sich nach der Formel

$$C = \frac{G_b \cdot (\alpha - \alpha_0)\left(1 + \frac{R_g}{R}\right)}{V}.$$

Dabei bedeuten G_b die ballistische Konstante des Instrumentes bei der betreffenden Dämpfung, α den ballistischen Ausschlag, α_0 den „Leerausschlag", R_g den Widerstand des Galvanometers (samt Sicherung), R den Widerstand des Shunts und V die Spannung am Kondensator (Tab. I).

Wie aus der Tabelle ersichtlich, stimmen die gemessenen Kapazitätswerte mit dem gegebenen Wert $C = 0{,}0208\ \mu$F gut überein. Die Abweichung ist höchstens ± 1 Proz. Die Methode

Tabelle I.

R_{Ohm}	E_{Volt}	$Gb \cdot 10^9_{Coul/mm}$	α_{mm}	$C \cdot 10^8$ F
$> 10^{10}$	80,0	5,07	337,5	2,08
$1{,}0 \cdot 10^7$	78,0	5,07	326	2,06
$5{,}8 \cdot 10^6$	77,2	5,07	324	2,07
$1{,}0 \cdot 10^6$	74,7	5,07	314	2,07
$5{,}05 \cdot 10^5$	73,2	5,07	306	2,06
$0{,}98 \cdot 10^5$	67,5	5,11	280	2,06
$5{,}36 \cdot 10^4$	64,0	5,11	264,5	2,05
$1{,}8 \cdot 10^4$	56,5	5,17	227,5	2,06
$1{,}86 \cdot 10^3$	29,5	5,96	96,7	2,06
$1{,}23 \cdot 10^3$	23,7	6,28	72,4	2,09

ist also brauchbar für Kapazitätsmessungen, selbst wenn eine beträchtliche Eigenleitfähigkeit des Dielektrikums vorliegt.

5. Anwendung.
Messungen der statischen Dielektrizitätskonstante von Seignettesalz.

Im Anschluß an die Arbeit von H. Staub[1]) sollen hier Messungen über Seignettesalz angeführt, und die Meßresultate mit denjenigen von Staub verglichen werden.

Der Gebrauch der Apparatur ist gerechtfertigt dadurch, daß die zu messenden Plättchen eine Kapazität von etwa 10^{-9} bis 10^{-8} F, und einen Widerstand von etwa 10^6 bis 10^7 Ohm hatten, d. h. die Zeitkonstante lag zwischen 10^{-3} bis 10^{-1} sec. Schaltet man von Hand um und erreicht man eine Umschaltzeit von 10^{-2} sec, wie es in früheren Arbeiten geschah[2]), so zeigt eine einfache Rechnung, daß man auch im günstigsten Fall einen Fehler von 10 Proz. begeht.

In der Einleitung ist angedeutet worden, daß bei der Messung der Dielektrizitätskonstanten von Ionenleitern die Bewertung der Ausschläge des ballistischen Galvanometers mit Vorsicht geschehen muß. Bei den meisten derartigen Substanzen, auch z. B. im Falle des Seignettesalzes, geht die Entladung nicht nach dem klassischen $e^{-\frac{t}{RC}}$-Gesetz. Oft entladet sich der Kondensator so langsam, daß die Zeit des Ladungsdurchganges durch das ballistische Galvanometer nicht gegen die Schwingungsdauer desselben zu vernachlässigen ist. Im letzteren Falle gilt die Formel $q = G_b \cdot \alpha_{1\,max}$, welche Ladung und Ausschlag verbindet, nicht mehr. Will man die Ladung trotzdem mit dem ballistischen Galvanometer messen, so hat man die Schwingungskurve des Galvanometers zu registrieren und zu planimetrieren. Es ist dann $q = K \cdot F$, wo K eine

1) H. Staub, Physik. Zeitschr. **34**, 1933.
2) Valasek, Phys. Rev. **17**, 475, 1921; **19**, 478, 1922; **23**, 114, 1924; **24**, 560, 1924. — Kobeko und Kurtschatow, Zeitschr. f. Phys. **66**, 192, 1930. — E. Schwartz, Elektr. Nachr. Tech. **9**, 481, 1932.

Konstante und $F = \int_0^\infty \alpha\, dt$ das Zeitintegral des Ausschlages bedeutet.

In unserem Falle genügt es, die Ladung durch den ballistischen Erstausschlag zu messen, wenn der Kristall nicht besonders lange unter Spannung gestanden hat. Kontrollmessungen, bei denen die Registrierkurven zur Bestimmung der vom Kondensator abfließenden Ladung benutzt wurden, ergeben denselben q-Wert, wie der Erstausschlag des Galvanometers.

Die Messung der Dielektrizitätskonstanten in Richtung der a-Achse wurde nach der oben beschriebenen Weise ausgeführt, und zwar so, daß der Kristall jedesmal 10 Sekunden unter Spannung gesetzt und dann entladen wurde. Zwischen je zwei Messungen wurde stets mehrere Minuten bei kurzgeschlossenem Kondensator gewartet.

Die erhaltenen Resultate sind in Fig. 3 dargestellt. Man findet dort die mit q bezeichnete Kurve, welche die vom Kondensator abfließende Ladungsmenge als Funktion der zur Polarisation benutzten Feldstärken darstellt. Besonders hervorzuheben ist die Asymmetrie der Kurve, welche zeigt, daß der Kristall in der einen Richtung leichter polarisierbar ist als in der entgegengesetzten Richtung. Deutlich zum Ausdruck kommt auch die bei einigen hundert Volt pro cm eintretende Sättigung. Die mit ε bezeichnete Kurve stellt die Dielektrizitätskonstante als Funktion der Feldstärke dar. Sie hat bei 100 V/cm

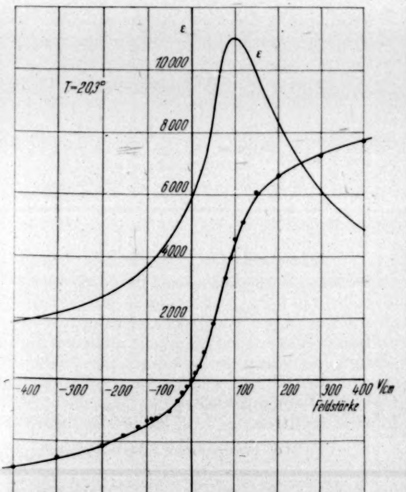


Fig. 3.

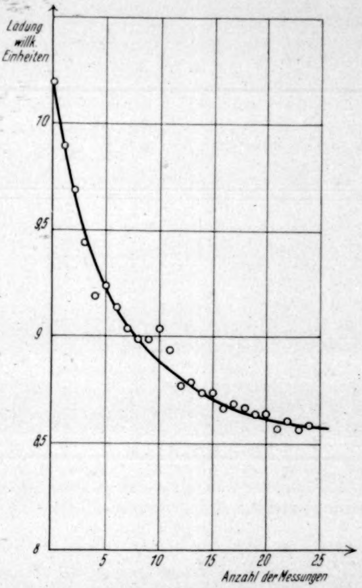


Fig. 4.

ein ausgeprägtes Maximum, wobei der Wert von 10^4 überschritten wird.

Völlig analoges Verhalten des Seignettesalzes zeigen die Untersuchungen von H. Staub: dort werden die Intensitätsänderungen der Röntgeninterferenzen als Funktion der angelegten Feldstärke an denselben Kristallen untersucht. Es ergibt sich für die Änderungen der Röntgenintensität ebenfalls Asymmetrie in bezug auf die Richtung der polarisierenden Feldstärke. Auch die hier beobachtete Sättigung ist in den Messungen von Staub wieder zu finden. Die in der Dielektrizitätskonstante sichtbar werdenden Ionenverschiebungen zeigen sich also auch im Röntgenbild des Kristalles.

Es wurden ferner die von Valasek angegebenen Ermüdungserscheinungen untersucht. Darunter versteht man die Tatsache, daß der mit Seignettesalz gefüllte Kondensator sich um so langsamer entlädt, je länger die polarisierende Spannung an diesem gelegen hat. Valasek glaubte auch, daß mit zunehmender Ladungsdauer die vom Kondensator bei der Entladung abfließende Elektrizitätsmenge immer kleiner würde.

Beobachtet man die Erstausschläge für lange und kurze Ladungsdauer bei gleicher Spannung,

so zeigt sich tatsächlich, daß im ersten Augenblick nicht die gleiche Ladungsmenge vom Kristall abfließt; der länger polarisierte Kristall zeigt die größere Remanenz.

Registriert man jedoch die Ausschläge und mißt die Flächen aus, so erhält man unabhängig von der Ladungsdauer immer dieselbe Elektrizitätsmenge.

Auch die Ermüdung findet sich in den Messungen der Polarisation mittels Röntgenstrahlen wieder. Die Intensitätsänderungen gehen nach dem Abschalten des Feldes stets wieder völlig zurück, doch braucht der Kristall zur Rückkehr in den ursprünglichen Zustand um so längere Zeit, je größer die Ladungsdauer war.

Fig. 4 (s. S. 299) illustriert die Ermüdung in anschaulicher Weise; es ist dort der Erstausschlag des ballistischen Galvanometers aufgetragen, wie er bei einer großen Anzahl rasch aufeinanderfolgender Messungen erhalten wird. Zwischen je zwei Messungen wurde nur 30 sek. gewartet. Man sieht, daß die vom Kristall abfließende Ladung trotz gleicher Entladungsdauer immer kleiner wird, je länger er, ohne sich völlig entladen zu können, unter Spannung gestanden hat.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. P. Scherrer, für die Förderung der Arbeit und für die wertvollen Ratschläge bestens zu danken.

Zürich, Physikalisches Institut d. Eidg. Techn. Hochschule, Februar 1933.

(Eingegangen 8. Februar 1933.)

Über die Charakteristik des Kohlelichtbogens in Chlorgas.

Von W. Kangro und E. Jeep[1]).

Die vorliegende Untersuchung ging von technischen Gesichtspunkten aus. Die Verwendung von elementarem Chlor als Heiz- und Reaktionsgas bei gewissen in neuerer Zeit vorgeschlagenen metallurgischen Prozessen[2]) ließ die Kenntnis der Energien wünschenswert erscheinen, die der Lichtbogen in Chlorgas zu liefern imstande ist, d. h. die Kenntnis seiner Bogencharakteristik. Als Elektrodenmaterial für einen Lichtbogen in Chlor kommt nur Kohle oder Graphit in Frage, da alle anderen elektrisch leitenden Stoffe bei den hohen Temperaturen des Bogens rapid von Chlor angegriffen werden.

1) Auszug aus der Diplomarbeit E. Jeep, Braunschweig 1932.

2) Vgl. z. B. W. Kangro u. R. Flügge, Zeitschr. Elektrochemie **35**, 189, 1929.

Über den Lichtbogen zwischen Kohleelektroden in Chlorgas liegt unseres Wissens bisher nur eine einzige Untersuchung vor. v. Bolton[1]) studierte die Frage nach dem Auftreten von Chlorkohlenstoffverbindungen in Lichtbogen. Er stellte bei längerem Brennen des Bogens und bei intensiver Kühlung der Reaktionsprodukte eine geringfügige Bildung von Hexachloräthan und evtl. Hexachlorbenzol (?) fest. Die Bildung von Hexachloräthan und ähnlichen Verbindungen ist übrigens auch aus der Praxis der Chloralkalielektrolyse bekannt, wo diese Verbindungen bei gelegentlich eintretendem Bruch der Graphitanoden in dem sich dabei ausbildenden Lichtbogen auftreten. Es muß hierzu jedoch bemerkt werden, daß es sich hier stets um entweder mit Paraffin oder mit dem Elektrolyten getränkte Kohlen handelt. Bei unseren reinen und trockenen Graphitelektroden haben wir eine Bildung von Chlorkohlenstoffverbindungen nicht beobachten können, in Übereinstimmung mit den Untersuchungen von M. Bodenstein und Mitarbeitern über die Bildung von Tetrachlorkohlenstoff aus den Elementen[2]). Eine Bildung von Tetrachlorkohlenstoff aus den Elementen ist nach M. Bodenstein, P. Günther und Nagai[3]) bei höheren Temperaturen auch theoretisch nicht zu erwarten. Somit konnten wir die Untersuchung der Bogencharakteristik des Chlors zwischen Kohleelektroden in Angriff nehmen, ohne störende Nebenwirkungen befürchten zu müssen.

Schon die ersten Vorversuche mit einer einfachen Apparatur, die hier nicht näher beschrieben werden soll, ergaben eine von dem Erwarteten völlig abweichende Charakteristik: wir fanden, daß die Bogenspannung bei relativ sehr niedrigen Werten — etwa 25–28 Volt — über einen weiten Bereich der Stromstärke nahezu konstant bleibt. Die Deutung dieses Ergebnisses gewannen wir erst aus den endgültigen Versuchen mit einer genügend entwickelten Versuchsanordnung.

Apparatur.

Die endgültige Apparatur, deren wir uns bedienten, war kurz die folgende (vgl. Fig. 1): In einer Glasglocke *1* von etwa 10 l Inhalt, die mit weißem Siegellack vakuumdicht auf eine Eisenplatte *2* aufgekittet war, befanden sich die beiden Graphitelektroden *3* und *4*, von denen die untere (*4*) auf einem zwischen den Glasrohren *5* geführten Schlitten aus Holz *6* befestigt war, der

1) v. Bolton, Zeitschr. Elektrochemie **8**, 167, 1902.

2) Bodenstein u. Hoffmeister, Diplomarbeit, Hannover 1923.

3) Bodenstein, Günther u. Nagai, Zeitschr. angew. Chemie **43**, 323, 1930.

durch eine im Schliff *7* drehbare Spindel *8* auf und ab bewegt werden konnte. Der Bogen wird durch die Linse *9* auf dem Schirm *10* abgebildet. Aus den bekannten Konstanten der Linse und den Entfernungen konnte so die Bogenlänge ermittelt werden. Auch gestattete die Beobachtung des vergrößerten Bogenbildes eine gute Kontrolle des Bogens während der Messung.

Die Zündung des Bogens geschieht entweder durch direkten Kontakt der Elektroden oder bei genaueren Messungen durch Induktionsstoß mit Hilfe eines Induktoriums *11*, dessen Entladung über die zwei Kapazitäten *12* geführt wird. *13* sind zwei Drosselspulen, die einen Übertritt der Induktorspannung in das Gleichspannungsnetz verhindern.

Der den Bogen speisende Strom wird dem Netz entnommen, dessen Gleichspannung von 440 Volt leider recht inkonstant war. Der Strom gelangt über ein Amperemeter *14*, einen Vorschaltwiderstand *15* und die Drosselspulen *13* an die Elektroden. Die Gesamtspannung wird am Voltmeter *16* kontrolliert.

Die Messung der Bogenspannung machte anfangs Schwierigkeiten, da ein etwa 480 Volt anzeigendes Voltmeter die beim Brennen des Bogens auftretenden Spannungen nur ungenau anzeigte. Der Meßbereich bis 480 Volt mußte gewählt werden, um das Instrument beim Erlöschen des Bogens nicht zu gefährden. Um genauere Werte für die effektiven Bogenspannungen zu erhalten, wählten wir daher eine Kompensationsmethode. Sie beruht darauf, daß die zu messende Spannung an die Enden eines kalibrierten Gefällsdrahtes *17* angelegt wird und die Vergleichsspannung, ein Westonelement *18*, in den Nebenkreis geschaltet wird. Da jedoch die volle Bogenspannung von etwa 14–31 Volt über einem Gefällsdraht von 1000 mm Länge durch Kompensation gegen ein Westonelement nur ungenau zu messen wäre, teilten wir das Spannungsgefälle im Meßkreise im Verhältnis etwa 1 : 10 dadurch, daß wir dem eigentlichen Gefällsdraht einen bekannten konstanten Widerstand *19* von etwa neunfacher Größe vorschalteten. Als Nullinstrument diente ein Kapillarelektrometer *20*. Es läßt sich natürlich auch ein geeignetes Zeigerinstrument verwenden. *21* sind Stromschlüssel und Schalter. Die einzelnen Spannungsmessungen ließen sich in dieser Schaltung auf mindestens 0,5 Volt genau ausführen. Durch den Ausgleich beim Kurvenziehen erhöht sich diese Genauigkeit noch beträchtlich.

Das Chlor wurde einer von der Firma Schering-Kahlbaum stammenden Stahlflasche entnommen. Der Gasdruck betrug bei allen Messungen etwa 700 mm *Hg*.

Ergebnisse.

Die Resultate der endgültigen Messungen sind in der nachstehenden Tabelle und in Fig. 2 wiedergegeben. Zum Vergleich sind die Werte für eine Bogencharakteristik in Luft aufgenommen worden. Die Zahlen geben außer bei Luft und III und IV Mittelwerte aus mehreren Messungen an. *a* ist der Elektrodenabstand in mm. — Es sind nur Messungen am ruhig brennenden Bogen aufgenommen worden. Die Zahlen für „zischende" Bögen wurden verworfen.

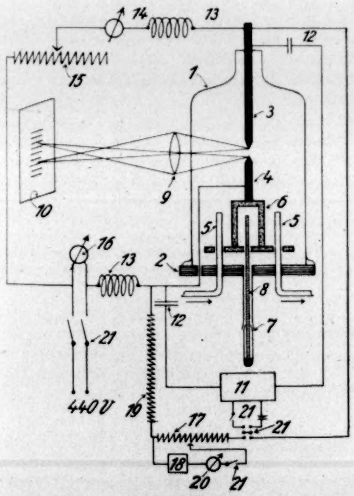


Fig. 1.

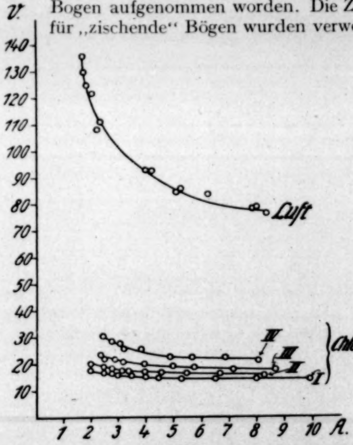


Fig. 2.

Chlor								Luft	
I		II		III		IV		V	
a = 1 mm		a = 3 mm		a = 6 mm		a = 12 mm		a = 9 mm	
Amp.	Volt	Amp.	Volt	Amp.	Volt	Amp.	Volt	Amp.	Volt
2,0	17,5	2,0	19,9	2,30	23,3	2,50	30,5	1,75	135,7
2,5	16,6	2,5	18,9	2,50	22,4	2,80	28,4	1,80	129,8
2,8	16,2	2,8	18,0	2,90	21,7	3,10	27,5	1,90	124,8
3,0	15,8	3,2	17,6	3,20	20,7	3,20	26,8	2,10	121,5
3,5	15,5	3,4	17,2	3,25	20,7	3,85	25,2	2,30	108,1
4,0	15,0	4,0	17,1	4,00	20,0	4,90	22,5	2,40	111,0
4,5	14,7	4,6	16,9	5,00	19,1	5,70	23,2	4,10	92,8
5,3	14,5	5,5	16,6	5,75	18,6	6,90	22,3	4,20	92,8
6,5	14,4	6,7	16,2	7,15	17,9	8,60	21,7	5,20	84,8
8,0	14,3	8,3	16,0	8,70	17,9			5,30	85,9
9,9	14,2							6,30	83,7
								7,90	78,3
								8,00	78,8
								8,40	76,9

Wie diese Zahlen und Kurven zeigen, liegt die Bogenspannung im Chlor erheblich tiefer als die „normale" Spannung in Luft. Selbst bei sehr hohen Stromstärken dürfte die Spannung in Luft diejenige in Chlor bei gleichem Elektrodenabstand um mehr als das Dreifache übertreffen. Ferner fällt der schon bei relativ geringen Stromstärken sehr flache Verlauf der Charakteristiken in Chlor auf. Oberhalb von etwa 4 Amp. ändert sich die Spannung nur um im Mittel 8–9 Proz., wenn die Stromstärke um mehr als das Doppelte ansteigt. Daraus ergibt es sich, daß der Widerstand im Bogen außerordentlich niedrig sein muß. Für diese Annahme spricht auch die Tatsache, daß der Spannungsverbrauch im Bogen selbst sehr gering ist, er beträgt pro mm im Mittel 0,7 Volt. Der Spannungsabfall an den Elektroden ergibt sich im Mittel zu 13,6 Volt (vgl. nachstehende Tabelle).

Elektrodenabstand mm	Spannung bei 8 Amp. Volt	Spannung pro mm Bogen Volt	Elektrodenfall Volt
12	21,9	0,67	13,4
6	17,9	0,60	13,6
3	16,0	0,90	13,9
1	14,2		13,5
		Mittel: 0,71	13,6

Das Chlor ist bei den Temperaturen des Bogens völlig in Atome gespalten. Eine Betrachtung der Vorgänge an der Kathode und im Bogen hat sich demgemäß lediglich auf die Eigenschaften des Chloratoms zu beschränken. Die Ionisierungsspannung des Chloratoms zu einem positiv geladenen Atomion beträgt nach Hopfield[1]) 9,16 Volt. An der Kathode ist diese Spannung wesentlich überschritten, so daß die austretenden Elektronen eine starke Ionisierung hervorrufen und außerdem noch mit guter Geschwindigkeit in die Entladungsbahn eintreten können. Die von der thermischen Bogentheorie für das Bestehen eines Lichtbogens geforderten Bedingungen sind also gegeben. In der Entladungsbahn ist eine Ionisierung durch Elektronenstoß allein nicht möglich, da der Zusammenstoß des Elektrons mit einem Chloratom wohl völlig unelastisch erfolgen dürfte, eine Akkumulierung der Elektronengeschwindigkeiten in mehreren Stößen mithin nicht möglich ist. Man könnte daran denken, die gute Leitfähigkeit in der Entladungsbahn einem Elektrizitätstransport durch negativ geladene Chloratome zuzuschreiben. Am einfachsten und wahrscheinlichsten erscheint es jedoch, Bildung von positiven Atomionen durch thermische Dissoziationen anzunehmen[1]). Die hierzu notwendigen Temperaturen lassen sich angenähert nach dem dritten Wärmesatz berechnen[2]). Setzt man den Gesamtdruck des atomaren Chlors gleich einer Atmosphäre, so ergeben sich die folgenden Dissoziationsgrade x und Temperaturen:

T	8000°	9000°	10000°	11000°	14000°	18000°
x %...	5,5	13,2	26,5	44,8	89,0	98,7

Unter Berücksichtigung der Quantengewichte würden sich noch höhere Temperaturen ergeben. Über die im Bogen möglichen Temperaturen und die Art der vorhandenen Ionen läßt sich einstweilen wenig aussagen. Es wäre daher erwünscht,

1) Hopfield, Phys. Rev. (2) **23**, 766, 1924; (2) **26**, 283, 1925.

1) Freundliche Privatmitteilung von Herrn Dr. Mannkopff, Göttingen.

2) Über die Anwendung des dritten Wärmesatzes auf die Ionisierung vgl. z. B. Sacha, Handb. Astrophys. III, **1**, 265, 278, 1930.

wenn die Verhältnisse in der Entladungsbahn von der spektroskopischen Seite aus untersucht werden würden.

Zusammenfassung.

Es wird die Charakteristik des Kohlebogens in Chlorgas von etwa 700 mm Druck aufgenommen.

Die Bogenspannung erweist sich als sehr niedrig: der Elektrodenfall beträgt 13,6 Volt, der Spannungsabfall im Bogen 7 Volt/cm.

Der Abfall der Charakteristik ist sehr steil und erfolgt schon bei relativ geringen Stromstärken.

Eine theoretische Deutung der Versuchsergebnisse auf Grund der thermischen Bogentheorie wird erwähnt.

Herrn Prof. Dr. W. A. Roth sind wir für die freundliche Überlassung der Mittel des Instituts, Herrn Prof. Dr. H. Diesselhorst für seine liebenswürdigen Ratschläge bei der Durcharbeitung der Apparatur zu großem Dank verpflichtet.

Braunschweig, Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie, Februar 1933.

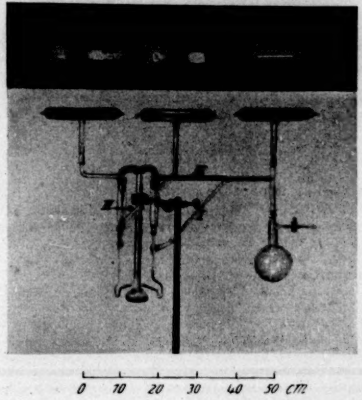
(Eingegangen 17. Februar 1933.)

Zur Demonstration der Pumpwirkung von Wasserstrahl-, Quecksilberdampfstrahl- und Diffusionspumpe.

Von G. Mönch.

Ein möglichst einfacher Pumpaufbau mit selbst herstellbarer Quecksilberdampfstrahl- und Diffusionspumpe und gemeinsamem Siedegefäß wird beschrieben. Die Druckänderung des Vorvakuums zur Dampfstrahlpumpe kann durch ein Entladungsrohr verfolgt werden, ebenso wie die des Vor- und Hauptvakuums der Diffusionspumpe. Die drei Entladungsröhren sind räumlich nebeneinander angeordnet. Die Änderung der Entladungserscheinungen bei Druckveränderungen läßt die Wirkung der Pumpen und die Höhe des Vakuums auch auf größere Entfernungen gut beobachten.

Zur Demonstration der Wirkung von Pumpen im größeren Hörerkreis wurde der in der Figur abgebildete Glasapparat benutzt. Drei Entladungsröhren zeigen durch die Form der Gasentladung das Vakuum der ersten, zweiten und dritten Pumpstufe an. Zur ersten genügt eine Wasserstrahlpumpe; die typische Entladungsform ist hierfür, wie die in der Figur wiedergegebene Aufnahme im Dunkeln zeigt, die fadenförmige Glimmentladung. Die zweite Stufe bildet eine Dampfstrahl-, die dritte eine Diffusionspumpe. Die Entladungsform der zweiten Stufe ist entweder, wie die Dunkelaufnahme zeigt, die Glimmentladung oder bereits die im Bilde als Entladungsform der dritten Stufe festgehaltene Fluoreszenz des Glasgefäßes. Die dritte Stufe zeigt nach der Glasfluoreszenz bald das Aussetzen der Entladung. Zur Vereinfachung des Aufbaues wurden beide Quecksilberpumpen mit gemeinsamem Siedegefäß, aber getrenntem Quecksilberrücklauf versehen.



Doppelpumpe mit drei, an Vor- und Hauptvakuum der Dampfstrahlpumpe und Hauptvakuum der Diffusionspumpe angeschlossenen Entladungsröhren.

Die Doppelpumpe wurde nach der an anderer Stelle beschriebenen Art[1]) aus Hartglas zusammengesetzt, das Siedegefäß jedoch nicht mehr aus einem Scheidewandgefäß hergestellt. An seine Stelle trat ein gewöhnlicher Siedekolben, wobei nun aber eine Druckregelung des Quecksilberdampfes, der jetzt beide Pumpen zu versorgen hat, erfolgen mußte. Ohne weiteres war keine Pumpwirkung zu erwarten, denn der Druckausgleich des Quecksilberdampfes wird über die weite Düse der Diffusionspumpe stattfinden. Es wird sich kein genügender Druck für den Betrieb der Strahlpumpe ermöglichen lassen, ohne daß die Diffusionspumpe wegen zu heftigen Dampfstromes ihre Wirksamkeit aufgibt. Die Regelung erfolgte durch eine Tellerdüse, die im Bogen zur Dampfleitung der Diffusionspumpe, kurz hinter dem oberen Verzweigungspunkt der Leitungen angebracht wurde. Zur Vermeidung von Quecksilberansammlung steht der Teller vertikal.

1) G. Mönch, Physik. Zeitschr. **34**, 134, 1933.

Der Aufbau. Die Stabilität des Aufbaues wird in der zweiten und dritten Stufe durch die Form der Pumpe und die starre Verbindung von Hauptvakuumleitung der Strahl- zur Vorvakuumleitung der Diffusionspumpe (Leitung II) gewährleistet. Leitung I bedurfte dagegen einer besonderen Stütze. Sie wurde durch das zugeschmolzene Rohr III, das II mit I starr verbindet, geschaffen.

Auf die Parallelität von I und II, ebenso auf die gleich hohe Lage und den gleichen Abstand der Entladungsgefäße wurde zur besseren Übersicht der Anlage besonderer Wert gelegt.

Erlangen, Physikalisches Institut der Universität. Januar 1933.

(Eingegangen 7. Februar 1933.)

BESPRECHUNGEN.

John Eggert und Richard Schmidt, Einführung in die Tonphotographie. Photographische Grundlagen der Lichttonaufzeichnung. 8°. VI, 137 S. Mit 122 Abb. im Text. Leipzig 1932. S. Hirzel. Kart. RM 7.—.

In einer Zeit, in der man erkannt hat, daß die technischen Hauptprobleme des Tonfilms auf dem elektrooptischen und photochemischen Gebiete liegen, ist dieses Buch von besonderem Wert. Der Praktiker findet in ihm die Erklärung für Erscheinungen, die er fast ständig beobachtet, er wird in übersichtlicher und anschaulicher Weise in die praktisch wichtigen Fragen der Akustik, der Optik und Photochemie eingeführt und findet wertvolle Tabellen und Zahlenangaben. Der Theoretiker erkennt das Ineinandergreifen der verschiedenen Spezialgebiete und kann daran die Bedeutung von Einzeluntersuchungen für den ganzen Tonfilmkomplex beurteilen. Dadurch, daß sich das Buch von der Behandlung der Mikrophone, Verstärker und Lautsprecher fernhält, werden unnötige Wiederholungen vermieden. Besonders zu begrüßen ist die gleichmäßige Darstellung der verschiedenen Aufnahmesysteme, die in dieser objektiven und übersichtlichen Art wohl noch nirgends gelungen ist.

Das Spezialgebiet der Verfasser, die Untersuchung und Verbesserung des Filmmaterials ist auf die Kernfragen beschränkt, so daß der Leser an keiner Stelle durch unwesentliche Erörterungen abgelenkt wird. Dafür wird der Tonfilmtechniker eingehend mit den praktisch wichtigen Untersuchungen des Photochemikers bekannt gemacht. Mathematische Ableitungen sind fast vollständig vermieden und durch anschauliche bildhafte Darstellung ersetzt.

Das Buch ist für jeden, der mit Tonfilmtechnik zu tun hat, unentbehrlich. E. Roessler.

Jahresbericht 1932 der Abteilung für Elektrotechnik und Funkwesen der DVL. Von Prof. Dr. Heinrich Faßbender. (Sonderdruck aus dem Jahrbuch 1932 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., hrsg. von Prof. Dr.-Ing.-Wilh. Hoff.) 114 S. DIN A 4. Berlin und München 1932. R. Oldenbourg. Preis geheftet RM 6.75.

Der vorliegende Jahresbericht gibt mit seinem kurzen zusammenfassenden Tätigkeitsbericht der Abteilung für Elektrotechnik und Funkwesen der DVL und einer Reihe (z. T. auch a. O. veröffentlichten) Originalarbeiten einen interessanten und anregenden Einblick in das an physikalischen Problemen reiche Arbeitsgebiet dieses Institutes. Die Beiträge geben, im allgemeinen, neben den neuen Forschungsergebnissen auch eine gedrängte Übersicht über den heutigen Stand der behandelten Probleme, die auch über den eigentlichen Fachkreis hinaus Interesse beanspruchen dürfen (Fernmelde-, insbesondere Funktechnik, Navigation mittels elektrischer Verfahren, Nebellandung, elektrische Bordgeräte und Triebwerkausrüstung, elektroakustische Untersuchungen).

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Der frühere Assistent Professor für Physik an der Universität Princeton Dr. E. C. G. Stückelberg an der Universität Zürich für theoretische Physik, an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Erich Heymann für physikalische Chemie, an der Universität Wien Dr. Wolfgang Leithe für organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der physikalischen Chemie, an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Hans Klumb für Physik und Dr. Ernst Alexander für physikalische Chemie, an der Universität München Dr. Herbert Lenz für Experimentalphysik.

Ernannt: Der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien Dr. Theodor Vahlen in gleicher Eigenschaft an der Universität Greifswald, der ord. Professor an der Universität Berlin und Direktor des Astronomischen Recheninstituts daselbst Dr. August Kopff zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Heidelberg und Direktor der mit der Universität verbundenen Landes-Sternwarte auf dem Königsstuhl.

Berufen: Der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Halle Dr. Adolf Smekal zum ord. Professor für technische Physik an der Technischen Hochschule München.

Ehrung: Die Deutsche Physikalische Gesellschaft verlieh durch Vorstandsbeschluß am 2. März 1933 Dr. H. Seemann in Freiburg i. Br. in Anerkennung seiner Verdienste um die Vervollkommnung der röntgenspektrographischen Methoden eine Ehrengabe von 1000 RM.

Vom Lehramt zurück: Professor Dr. Werner Mecklenburg in Moskau (mit gleichzeitiger Rückkehr nach Deutschland).

Gestorben: Geh. Oberregierungsrat Professor Dr. Th. Mente, Spezialist für Sprengstoffchemie.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.